

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Соловьев Дмитрий Александрович  
Должность: ректор ФГБОУ ВО Саратовский ГАУ  
Дата подписания: 26.04.2021 13:15:53  
Уникальный программный ключ:  
5b8335c1f3d6e7bd91a51b28834cdf2b81866538

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Саратовский государственный аграрный университет  
имени Н.И. Вавилова»**

**О.В. ЛОГАЧЁВА  
С.М. БАКИРОВ  
Ю.В. ИВАНКИНА**

**УПРАВЛЕНИЕ ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ  
НАДЕЖНОСТЬЮ  
ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ  
И ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

**Учебное пособие**

**Саратов 2018**

УДК 631.173

ББК 31.261

**Р е ц е н з е н т ы:**

профессор кафедры «Электроснабжение и электротехнология» ФГБОУ ВО Саратовский государственный технический университет имени Ю. А. Гагарина, доктор технических наук С.Ф.Степанов;

заведующий кафедрой «Технический сервис и технология конструкционных материалов» ФГБОУ ВО Саратовский ГАУ, доктор технических наук, профессор В.В.Сафонов

**Управление эксплуатационной надежностью электрооборудования и технических систем:** учебное пособие для студентов направления подготовки 35.03.06 «Агроинженерия» (стр. 25-128) и 35.04.06 «Агроинженерия» (стр. 8-24) / Сост.: О. В. Логачёва, С. М. Бакиров, Ю. В. Иванкина // ФГБОУ ВО «Саратовский ГАУ» – Саратов: Амирит, 2018. – 128 с.

**ISBN 978-5-907035-08-9**

УДК 631.173  
ББК 31.261

**ISBN 978-5-907035-08-9**

© О. В. Логачёва, С. М. Бакиров, Ю.В. Иванкина, 2018  
© ФГБОУ ВО «Саратовский ГАУ», 2018

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	6
1. Расчет показателей надежности электрических систем .....	8
1.1 Ориентировочный расчет показателей надежности систем .....	8
1.2 Расчет показателей надежности системы с учетом условий эксплуатации .....	10
2. Расчет критериев надежности электрических систем .....	19
Выводы .....	24
Практическое занятие №1. Основные показатели надежности.....	25
Практическое занятие №2. Управление надежностью систем невосстанавливаемого электрооборудования.....	29
Практическое занятие №3. Управление надежностью систем восстанавливаемого электрооборудования.....	40
Практическое занятие №4. Исходные положения теории вероятностей.....	47
Практическое занятие №5. Вероятностное описание показателей надежности систем.....	59
Практическое занятие №6. Типовые законы распределения случайных величин.....	64
Практическое занятие №7. Экспериментальный и простейший методы расчета показателей надежности электрооборудования.....	75
Практическое занятие №8. Коэффициентный метод расчета показателей надежности системы.....	81
Практическое занятие №9. Расчет структурной надежности электрооборудования.....	87
Практическое занятие № 10. Применение теории массового обслуживания к задачам эксплуатации.....	94
Практическое занятие №11. Понятие «живучесть» в электроэнергетике.....	105
Практическое занятие №12. Модели живучести.....	118
Список литературы.....	125
Приложения.....	126

## ВВЕДЕНИЕ

Надежность любого электрооборудования и аппаратуры автоматики существенным образом зависит от условий эксплуатации. Условия эксплуатации в производственных помещениях характеризуются климатическими и электромеханическими воздействиями, режимами работы и уровнем рационального технического обслуживания.

К климатическим воздействиям относятся температура, влажность, запыленность и загазованность окружающего воздуха, атмосферное давление, интенсивность дождя, выпадение росы и инея, скорость движения воздушной струи, ночные и дневные перепады температуры.

К электромеханическим воздействиям относятся вибрационные и ударные нагрузки при работе и перемещениях, колебаниях частоты и напряжения питания.

Повышенная температура вызывает перегрев электрооборудования, ускоряет старение изоляции, смазочных материалов и уплотнителей. Наоборот, пониженная температура снижает прочности пластмасс, резины, металла. Колебания температуры приводят к деформациям и заклиниванию подвижных элементов, нарушению теплообмена, снижению прочности паяных соединений.

Повышенная влажность вызывает коррозию металлов, рост плесневых грибов, снижает диэлектрические свойства изоляции.

Повышенная запыленность и наличие агрессивных газов приводят к загрязнению смазки, снижают поверхностное сопротивление и вызывают коррозию изоляционных материалов. Наличие в атмосфере углекислого газа, окислов серы и азота, а также высокая влажность приводят к образованию кислотных вод и капель конденсата, что также увеличивает скорость коррозии материалов, является одной из причин короткого замыкания токоведущих частей.

Ориентировочный расчет надежности проводят в простейших предположениях и не учитывают эксплуатационных режимов использования элементов изделия.

Уточненный расчет надежности отличается от ориентировочного тем, что в нем учитывают электрические, тепловые и прочие эксплуатационные режимы элементов изделия.

Как ориентировочный, так и уточненный расчет приводят в предположении экспоненциальной надежности всех элементов и независимости отказов. Расчеты неизмеримо возрастают, когда модели надежности элементов, блоков и узлов отличны от экспоненциальной. В этих условиях, особенно для сложных и ответственных систем, используют методы статистического моделирования с применением ЭВМ.

Определим надежность всей системы с учетом условий эксплуатации и без них.

# 1. Расчет показателей надежности электрических систем

## 1.1 Ориентировочный расчет показателей надежности системы

При проведении ориентированных расчетов надежности без учета условий эксплуатации необходимо считать, что анализируемый блок управления и защиты (БУ и З) структурно является последовательным, отказы элементов независимы и отказ одного элемента приводит к отказу всего БУ и З в целом.

В этом случае математическая модель отказов будет иметь экспоненциальный вид.

Определяем интенсивность отказа  $\lambda_i$  каждого элемента по таблице 1.

Таблица 1 – Интенсивности отказов элементов при температуре окружающей среды 20° С и относительной влажности 50-70 %

Наименование элемента	$\lambda_i \cdot 10^{-6}, \text{ч}^{-1}$	Наименование элемента	$\lambda_i \cdot 10^{-6}, \text{ч}^{-1}$
Диоды: кремниевые	0,2	Трансформаторы: силовые	1,0
Контакты (на один контакт)	2,5	Дроссели	0,35
Разъемы штепсельные: на один штырек	0,3	Интегральные микросхемы	0,25
Реле (на одну контактную группу):	0,3	Конденсаторы: слюдяные	0,25
		электролитические	0,35
Электромагнитные времени	1,2	Резисторы: металлопленочные	0,04
Транзисторы: германиевые кремниевые	0,3 0,5		

Для каждой группы, определяем групповое значение интенсивности отказов:

$$\text{для силового трансформатора: } \lambda_{j1} = n_{j1} \cdot \lambda_{i1} = 3 \cdot 1,0 \cdot 10^{-6} = 3,0 \cdot 10^{-6}, \text{ ч}^{-1}$$

$$\text{для штепсельного разъема: } \lambda_{j2} = n_{j2} \cdot \lambda_{i2} = 3 \cdot 0,3 \cdot 10^{-6} = 0,9 \cdot 10^{-6}, \text{ ч}^{-1}$$

$$\text{для контактора трехполюсного: } \lambda_{j3} = n_{j3} \cdot \lambda_{i3} = 3 \cdot 3 \cdot 2,5 \cdot 10^{-6} = 22,5 \cdot 10^{-6}, \text{ ч}^{-1}$$

для реле электромагнитного (три контактные группы):

$$\lambda_{j4} = n_{j4} \cdot \lambda_{i4} = 3 \cdot 3 \cdot 0,3 \cdot 10^{-6} = 2,7 \cdot 10^{-6}, \text{ ч}^{-1}$$

для реле пневматического (две контактные группы):

$$\lambda_{j5} = n_{j5} \cdot \lambda_{i5} = 2 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6} = 2,4 \cdot 10^{-6}, \text{ ч}^{-1}$$

для конденсатора электролитического:

$$\lambda_{j6} = n_{j6} \cdot \lambda_{i6} = 2 \cdot 0,35 \cdot 10^{-6} = 0,7 \cdot 10^{-6}, \text{ ч}^{-1}$$

для конденсатора слюдяного:  $\lambda_{j7} = n_{j7} \cdot \lambda_{i7} = 6 \cdot 0,25 \cdot 10^{-6} = 1,5 \cdot 10^{-6}, \text{ ч}^{-1}$

для резистора металлопленочного:  $\lambda_{j8} = n_{j8} \cdot \lambda_{i8} = 40 \cdot 0,04 \cdot 10^{-6} = 1,6 \cdot 10^{-6}, \text{ ч}^{-1}$

для резистора проволочного:  $\lambda_{j9} = n_{j9} \cdot \lambda_{i9} = 2 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6} = 0,2 \cdot 10^{-6}, \text{ ч}^{-1}$

для транзистора германиевого:  $\lambda_{j10} = n_{j10} \cdot \lambda_{i10} = 16 \cdot 0,3 \cdot 10^{-6} = 4,8 \cdot 10^{-6}, \text{ ч}^{-1}$

для транзистора кремниевого:  $\lambda_{j11} = n_{j11} \cdot \lambda_{i11} = 8 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} = 4,0 \cdot 10^{-6}, \text{ ч}^{-1}$

для диода кремниевого:  $\lambda_{j12} = n_{j12} \cdot \lambda_{i12} = 4 \cdot 0,2 \cdot 10^{-6} = 0,8 \cdot 10^{-6}, \text{ ч}^{-1}$

для интегральной микросхемы:  $\lambda_{j13} = n_{j13} \cdot \lambda_{i13} = 6 \cdot 0,25 \cdot 10^{-6} = 1,5 \cdot 10^{-6}, \text{ ч}^{-1}$

для интегральной микросхемы:  $\lambda_{j13} = n_{j13} \cdot \lambda_{i13} = 6 \cdot 0,25 \cdot 10^{-6} = 1,5 \cdot 10^{-6}, \text{ ч}^{-1}$

для дросселя:  $\lambda_{j14} = n_{j14} \cdot \lambda_{i14} = 3 \cdot 0,35 \cdot 10^{-6} = 1,05 \cdot 10^{-6}, \text{ ч}^{-1}$

Интенсивность отказов БУ и З в целом определяется суммой интенсивностей отказов всех групп составляющих элементов:

$$\lambda_S = \Sigma(\lambda_{i1} \div \lambda_{i14}) = 47,65 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$$

Результирующая вероятность безотказной работы без учета условий эксплуатации определяется по формуле:

$$P_S(t) = e^{-\lambda_S \cdot t} = \exp(-47,65 \cdot 10^{-6} \cdot 6000) = 0,751$$

Среднее время безотказной работы БУ и З ( $T_{cp}$ ) без учета условий эксплуатации определяется по формуле:

$$T_{cp} = 1 / \lambda_S = 1 / 47,65 \cdot 10^{-6} \cdot \text{ч}^{-1} = 21 \cdot 10^3, \text{ ч}$$

Расчет надежности анализируемого блока управления и защиты без учета условий эксплуатации показал, что результирующая вероятность безотказной работы всей системы равна 0,751, что является низкой величиной. Это является следствием высокого значения интенсивности отказа некоторых элементов системы (например, контактор, реле времени). Для увеличения вероятности безотказной работы рекомендуется, либо заменить эти элементы более надежными (например, контактор заменить пускателем), либо зарезервировать их элементами с более большей

вероятностью безотказной работы. Но на практике данные рекомендации выполнить не всегда является возможным.

## **1.2 Расчет показателей надежности системы с учетом условий эксплуатации**

При проведении уточненного расчета надежности с учетом условий эксплуатации необходимо учитывать воздействия внешней среды, в которой функционирует БУ и З (температура, влажность, давление, вибрация, запыленность и т.п.), а также особенности энергетического режима работы самого БУ и З (выделяемой элементами БУ и З тепловой энергии, величин электромагнитных нагрузок, механических напряжений и т.п.). Степень влияния различных факторов условий эксплуатации на показатели надежности различна. При приближенных расчетах учет влияния условий эксплуатации на надежность работы БУ и З производят путем введения следующих показателей:

температура поверхности элемента  $t^{\circ}$ ;

коэффициент внешних условий  $k_{\Sigma}$ , суммарно учитывающий остальные внешние условия эксплуатации;

коэффициент нагрузки элемента  $k_n$ , представляющий отношение фактических значений нагрузки к номинальным.

Параметры электрических нагрузок для различных элементов БУ и З различны. Так, для резисторов параметром нагрузки является мощность рассеивания; для конденсаторов – рабочее напряжение; для полупроводниковых диодов - выпрямленный ток и обратное напряжение; для транзисторов – суммарная мощность рассеивания на переходах в непрерывном и импульсном режимах; для трансформаторов – мощность первичной обмотки; для дросселей – плотность тока в обмотках; для электрических машин – рабочая мощность; для пускателей, переключателей, штепсельных разъемов – ток, протекающий через контакты; для реле – ток



через контакты и время нахождения обмотки под напряжением. Поэтому при расчете показателей надежности БУ и З с учетом условий эксплуатации следует различать коэффициент нагрузки по току  $k_{ii}=I/I_i$ , коэффициент нагрузки по напряжению  $k_{iu}=U/U_i$  и коэффициент нагрузки по мощности  $k_{ip}=P/P_i$

Таблица 2 – Коэффициенты нагрузки электротехнических устройств

Наименование элемента	Коэффициент нагрузки	Рекомендуемое значение
Диоды	$k_{ni}, k_{nv}$	0,7
Дроссели	$k_{ni}$	0,9
Конденсаторы	$k_{nv}$	0,85
Коммутационные элементы	$k_{ni}$	0,9
Резисторы	$k_{nw}$	0,8
Реле, контакторов, магнитные пускатели	$k_{ni}$	0,8
Транзисторы, интегральные микросхемы	$k_{nw}$	0,85
Трансформаторы силовые	$k_{nw}$	0,9
Трансформаторы вращающиеся	$k_{nv}$	0,95
Электрические машины	$k_{nw}$	0,9

Результирующее значение интенсивности отказов элементов БУ и З с учетом условий эксплуатации  $\lambda_{jэ}$  можно определить по формуле:

$$\lambda_{jэ} = \lambda_i \cdot n_j \cdot a(t, k_n)$$

При температуре  $t_1 = 40^\circ\text{C}$  внутри блока управления и защиты:

для силового трансформатора:

$$\lambda_{jэ1}^{40^\circ\text{C}} = \lambda_{i1} \cdot n_{j1} \cdot a(t, k_n)_1 = 3 \cdot 1,0 \cdot 7 \cdot 10^{-6} = 21,0 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$$

для штепсельного разъёма:

$$\lambda_{jэ2}^{40^\circ\text{C}} = \lambda_{i2} \cdot n_{j2} \cdot a(t, k_n)_2 = 0,3 \cdot 3 \cdot 0,55 \cdot 10^{-6} = 0,495 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$$

для контактора трехполюсного:

$$\lambda_{jэ3}^{40^\circ\text{C}} = \lambda_{i3} \cdot n_{j3} \cdot a(t, k_n)_3 = 3 \cdot 3 \cdot 2,5 \cdot 2,05 \cdot 10^{-6} = 46,125 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$$

для реле электромагнитного (три контактные группы):

$$\lambda_{jэ4}^{40^\circ\text{C}} = \lambda_{i4} \cdot n_{j4} \cdot a(t, k_n)_4 = 3 \cdot 3 \cdot 0,3 \cdot 2,05 \cdot 10^{-6} = 5,535 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$$

для реле пневматического (две контактные группы):

$$\lambda_{j\text{э}5}^{40^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i52} \cdot n_{j5} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{5} = 2 \cdot 1,2 \cdot 2,05 \cdot 10^{-6} = 4,92 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для конденсатора электролитического:

$$\lambda_{j\text{э}6}^{40^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i6} \cdot n_{j6} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{6} = 2 \cdot 0,35 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6} = 0,84 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для конденсатора слюдяного:

$$\lambda_{j\text{э}7}^{40^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i7} \cdot n_{j7} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{7} = 6 \cdot 0,25 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} = 0,75 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для резистора металлопленочного:

$$\lambda_{j\text{э}8}^{40^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i8} \cdot n_{j8} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{8} = 40 \cdot 0,04 \cdot 0,82 \cdot 10^{-6} = 1,312 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для резистора проволочного:

$$\lambda_{j\text{э}9}^{40^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i9} \cdot n_{j9} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{9} = 2 \cdot 0,1 \cdot 0,7 \cdot 10^{-6} = 0,14 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для транзистора германиевого:

$$\lambda_{j\text{э}10}^{40^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i10} \cdot n_{j10} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{10} = 16 \cdot 0,3 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6} = 7,2 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для транзистора кремниевого:

$$\lambda_{j\text{э}11}^{40^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i11} \cdot n_{j11} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{11} = 8 \cdot 0,5 \cdot 0,6 \cdot 10^{-6} = 2,4 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для диода кремниевого:

$$\lambda_{j\text{э}12}^{40^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i12} \cdot n_{j12} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{12} = 4 \cdot 0,2 \cdot 0,8 \cdot 10^{-6} = 0,64 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для интегральной микросхемы:

$$\lambda_{j\text{э}13}^{40^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i13} \cdot n_{j13} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{13} = 6 \cdot 0,25 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6} = 2,25 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для дросселя:

$$\lambda_{j\text{э}14}^{40^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i14} \cdot n_{j14} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{14} = 3 \cdot 0,35 \cdot 7 \cdot 10^{-6} = 7,35 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

при температуре  $t_2^{\circ} = 50^{\circ}\text{C}$  внутри блока управления и защиты:

для силового трансформатора :

$$\lambda_{j\text{э}1}^{50^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i1} \cdot n_{j1} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{1} = 3 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 30 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для штепсельного разъема:

$$\lambda_{j\text{э}2}^{50^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i2} \cdot n_{j2} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{2} = 0,3 \cdot 3 \cdot 0,65 \cdot 10^{-6} = 0,585 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для контактора трехполюсного:

$$\lambda_{j\text{э}3}^{50^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i3} \cdot n_{j3} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{3} = 3 \cdot 3 \cdot 2,5 \cdot 3,3 \cdot 10^{-6} = 74,25 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для реле электромагнитного (три контактные группы):

$$\lambda_{j\text{э}4}^{50^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i4} \cdot n_{j4} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{4} = 3 \cdot 3 \cdot 0,3 \cdot 3,3 \cdot 10^{-6} = 8,91 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для реле пневматического (две контактные группы):

$$\lambda_{j\text{э}5}^{50^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i5} \cdot n_{j5} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{5} = 2 \cdot 1,2 \cdot 3,3 \cdot 10^{-6} = 7,92 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для конденсатора электролитического:

$$\lambda_{j\text{э}6}^{50^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i6} \cdot n_{j6} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{6} = 2 \cdot 0,35 \cdot 1,9 \cdot 10^{-6} = 1,33 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для конденсатора слюдяного:

$$\lambda_{j\text{э}7}^{50^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i7} \cdot n_{j7} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{7} = 6 \cdot 0,25 \cdot 0,62 \cdot 10^{-6} = 0,93 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для резистора металлопленочного:

$$\lambda_{j\text{э}8}^{50^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i8} \cdot n_{j8} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{8} = 40 \cdot 0,04 \cdot 0,99 \cdot 10^{-6} = 1,584 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для резистора проволочного:

$$\lambda_{j\text{э}9}^{50^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i9} \cdot n_{j9} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{9} = 2 \cdot 0,1 \cdot 0,8 \cdot 10^{-6} = 0,16 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для транзистора германиевого:

$$\lambda_{j\text{э}10}^{50^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i10} \cdot n_{j10} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{10} = 16 \cdot 0,3 \cdot 2,0 \cdot 10^{-6} = 9,6 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для транзистора кремниевого:

$$\lambda_{j\text{э}11}^{50^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i11} \cdot n_{j11} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{11} = 8 \cdot 0,5 \cdot 0,7 \cdot 10^{-6} = 2,8 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для диода кремниевого:

$$\lambda_{j\text{э}12}^{50^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i12} \cdot n_{j12} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{12} = 4 \cdot 0,2 \cdot 1,0 \cdot 10^{-6} = 0,8 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для интегральной микросхемы:

$$\lambda_{j\text{э}13}^{50^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i13} \cdot n_{j13} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{13} = 6 \cdot 0,25 \cdot 2,0 \cdot 10^{-6} = 3,0 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для дросселя:

$$\lambda_{j\text{э}14}^{50^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i14} \cdot n_{j14} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{14} = 3 \cdot 0,35 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 10,5 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

при температуре  $t_3^{\circ} = 60^{\circ}\text{C}$  внутри блока управления и защиты:

для силового трансформатора :

$$\lambda_{j\text{э}1}^{60^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i1} \cdot n_{j1} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{1} = 3 \cdot 1,0 \cdot 14,5 \cdot 10^{-6} = 43,5 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для штепсельного разъема:

$$\lambda_{j\text{э}2}^{60^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i2} \cdot n_{j2} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{2} = 0,3 \cdot 3 \cdot 0,7 \cdot 10^{-6} = 0,63 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для контактора трехполюсного:

$$\lambda_{j\text{э}3}^{60^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i3} \cdot n_{j3} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{3} = 3 \cdot 3 \cdot 2,5 \cdot 5,5 \cdot 10^{-6} = 123,75 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для реле электромагнитного (три контактные группы):

$$\lambda_{j\text{э}4}^{60^{\circ}\text{C}} = \lambda_{i4} \cdot n_{j4} \cdot a(t^{\circ}, k_n)_{4} = 3 \cdot 3 \cdot 0,3 \cdot 5,5 \cdot 10^{-6} = 14,85 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для реле пневматического (две контактные группы):

$$\lambda_{j\text{э}5}^{60^\circ\text{C}} = \lambda_{i5} \cdot n_{j5} \cdot a(t^\circ, k_n)_5 = 2 \cdot 1,2 \cdot 5,5 \cdot 10^{-6} = 13,2 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для конденсатора электролитического:

$$\lambda_{j\text{э}6}^{60^\circ\text{C}} = \lambda_{i6} \cdot n_{j6} \cdot a(t^\circ, k_n)_6 = 2 \cdot 0,35 \cdot 3,5 \cdot 10^{-6} = 2,45 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для конденсатора слюдяного:

$$\lambda_{j\text{э}7}^{60^\circ\text{C}} = \lambda_{i7} \cdot n_{j7} \cdot a(t^\circ, k_n)_7 = 6 \cdot 0,25 \cdot 0,82 \cdot 10^{-6} = 1,23 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для резистора металлопленочного:

$$\lambda_{j\text{э}8}^{60^\circ\text{C}} = \lambda_{i8} \cdot n_{j8} \cdot a(t^\circ, k_n)_8 = 40 \cdot 0,04 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6} = 1,92 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для резистора проволочного:

$$\lambda_{j\text{э}9}^{60^\circ\text{C}} = \lambda_{i9} \cdot n_{j9} \cdot a(t^\circ, k_n)_9 = 2 \cdot 0,1 \cdot 0,91 \cdot 10^{-6} = 0,182 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для транзистора германиевого:

$$\lambda_{j\text{э}10}^{60^\circ\text{C}} = \lambda_{i10} \cdot n_{j10} \cdot a(t^\circ, k_n)_{10} = 16 \cdot 0,3 \cdot 2,4 \cdot 10^{-6} = 11,52 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для транзистора кремниевого:

$$\lambda_{j\text{э}11}^{60^\circ\text{C}} = \lambda_{i11} \cdot n_{j11} \cdot a(t^\circ, k_n)_{11} = 8 \cdot 0,5 \cdot 0,8 \cdot 10^{-6} = 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для диода кремниевого:

$$\lambda_{j\text{э}12}^{60^\circ\text{C}} = \lambda_{i12} \cdot n_{j12} \cdot a(t^\circ, k_n)_{12} = 4 \cdot 0,2 \cdot 1,2 \cdot 10^{-6} = 0,96 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для интегральной микросхемы:

$$\lambda_{j\text{э}13}^{60^\circ\text{C}} = \lambda_{i13} \cdot n_{j13} \cdot a(t^\circ, k_n)_{13} = 6 \cdot 0,25 \cdot 2,4 \cdot 10^{-6} = 3,6 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

для дросселя:

$$\lambda_{j\text{э}14}^{60^\circ\text{C}} = \lambda_{i14} \cdot n_{j14} \cdot a(t^\circ, k_n)_{14} = 3 \cdot 0,35 \cdot 14,5 \cdot 10^{-6} = 15,225 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

Значения коэффициента, учитывающего условия эксплуатации  $a(t^\circ, k_n)$  для элементов БУ и З в зависимости от коэффициента нагрузки и температуры элементов определены по зависимостям представленным на рисунке 2.

Суммарная интенсивность отказов  $\Sigma \lambda_{j\text{э}}$  и интенсивность отказов всего БУ и З, с учетом условий эксплуатации  $\lambda_{s\text{э}}$  определяется по формуле:

$$\lambda_{s\text{э}} = k_{\text{э}} \cdot \Sigma \lambda_{j\text{э}}$$

$$\text{для } 40^\circ\text{C}: \lambda_{s\text{э}}^{40^\circ\text{C}} = k_{\text{э}} \cdot \Sigma (\lambda_{j\text{э}1}^{40^\circ\text{C}} \div \lambda_{j\text{э}14}^{40^\circ\text{C}}) = 2 \cdot 101 \cdot 10^{-6} = 202 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

$$\text{для } 50^\circ\text{C}: \lambda_{s\text{э}}^{50^\circ\text{C}} = k_{\text{э}} \cdot \Sigma (\lambda_{j\text{э}1}^{50^\circ\text{C}} \div \lambda_{j\text{э}14}^{50^\circ\text{C}}) = 2 \cdot 152,4 \cdot 10^{-6} = 304,7 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

$$\text{для } 60^\circ\text{C}: \lambda_{s\text{э}}^{60^\circ\text{C}} = k_{\text{э}} \cdot \Sigma (\lambda_{j\text{э}1}^{60^\circ\text{C}} \div \lambda_{j\text{э}14}^{60^\circ\text{C}}) = 2 \cdot 236,2 \cdot 10^{-6} = 472,4 \cdot 10^{-6} \text{ч}^{-1}$$

Рассчитываем результирующую вероятность безотказной работы  $P_3(t)$  и среднее время безотказной работы для  $T_{cp,3}$  БУ и З по формулам:

$$P_{\Sigma}(t) = \exp(-\lambda_{сэ} \cdot t)$$

$$T_{cp} = \frac{1}{\lambda_{сэ}}$$

для 40°C:

$$P_{\Sigma}(t)^{40^{\circ}\text{C}} = \exp(-\lambda_{сэ}^{40^{\circ}\text{C}} \cdot t) = \exp(-202 \cdot 10^{-6} \cdot 6000) = 0,298 \text{ ч}^{-1}$$

$$T_{cp}^{40^{\circ}\text{C}} = 1/\lambda_{сэ}^{40^{\circ}\text{C}} = 1/202 \cdot 10^{-6} = 4952,6 \text{ ч}$$

для 50°C:

$$P_{\Sigma}(t)^{50^{\circ}\text{C}} = \exp(-\lambda_{сэ}^{50^{\circ}\text{C}} \cdot t) = \exp(-304,7 \cdot 10^{-6} \cdot 6000) = 0,161 \text{ ч}^{-1}$$

$$T_{cp}^{50^{\circ}\text{C}} = 1/\lambda_{сэ}^{50^{\circ}\text{C}} = 1/304,7 \cdot 10^{-6} = 3281,5 \text{ ч}$$

для 60°C:

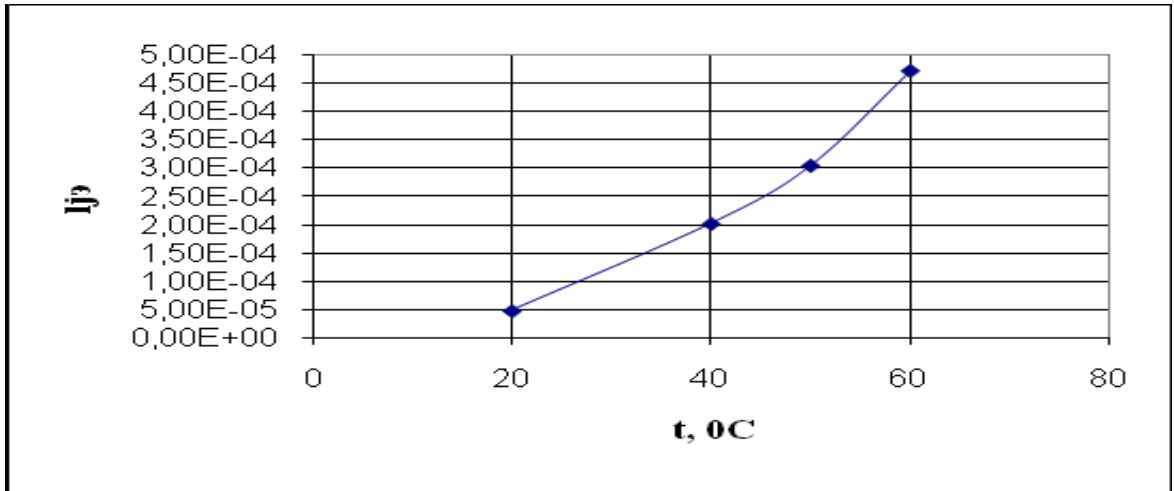
$$P_{\Sigma}(t)^{60^{\circ}\text{C}} = \exp(-\lambda_{сэ}^{60^{\circ}\text{C}} \cdot t) = \exp(-472,4 \cdot 10^{-6} \cdot 6000) = 0,059 \text{ ч}^{-1}$$

$$T_{cp}^{60^{\circ}\text{C}} = 1/\lambda_{сэ}^{60^{\circ}\text{C}} = 1/472,4 \cdot 10^{-6} = 2116,7 \text{ ч}$$

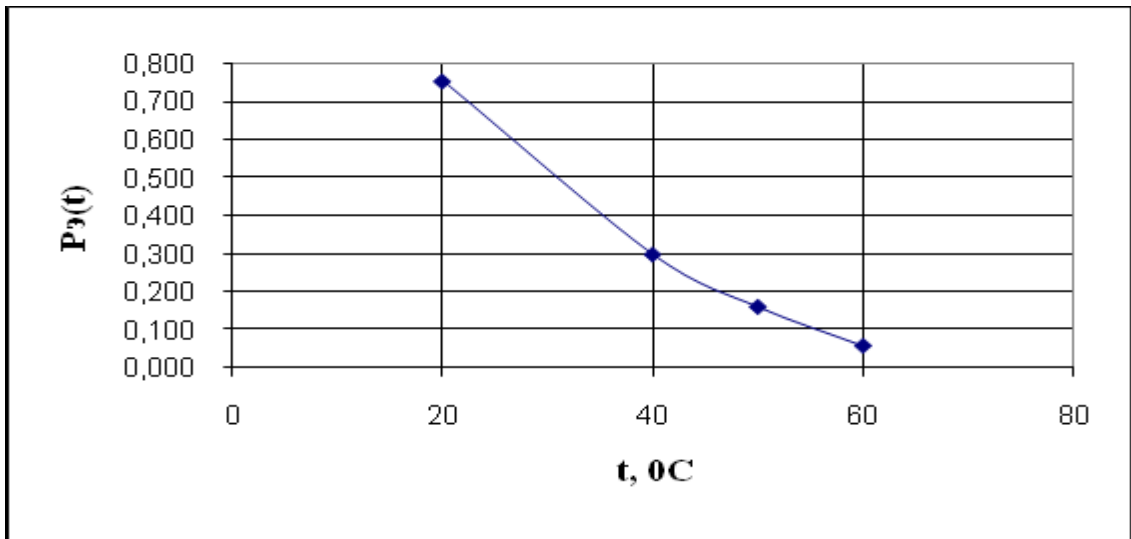
Результаты расчета всех параметров элементов блока управления и защиты приведены в таблице 2.

Температурные зависимости  $P(t)=f(t)$  и  $\lambda_s = f(t^{\circ})$  представлены на рисунке 1.

Расчет надежности анализируемого блока управления и защиты с учетом условий эксплуатации показал, что результирующая вероятность безотказной работы всей системы уменьшается при увеличении температуры элементов и вследствие влияния условий окружающей среды. Для увеличения вероятности безотказной работы системы рекомендуется уменьшить влияние окружающей среды на элементы системы, увеличив герметичность оболочек элементов, а также недопущение перегрева элементов путем применения более лучших систем охлаждения.

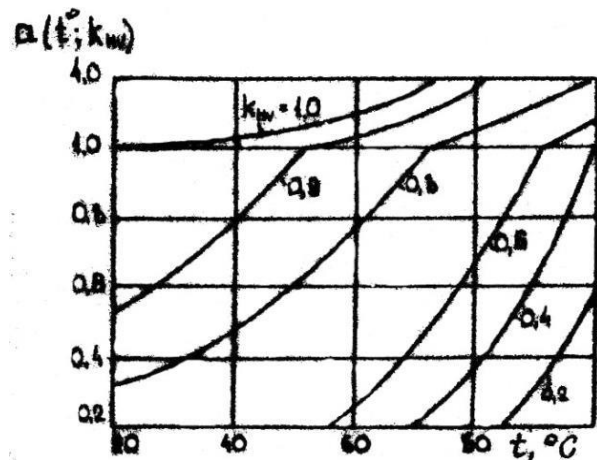
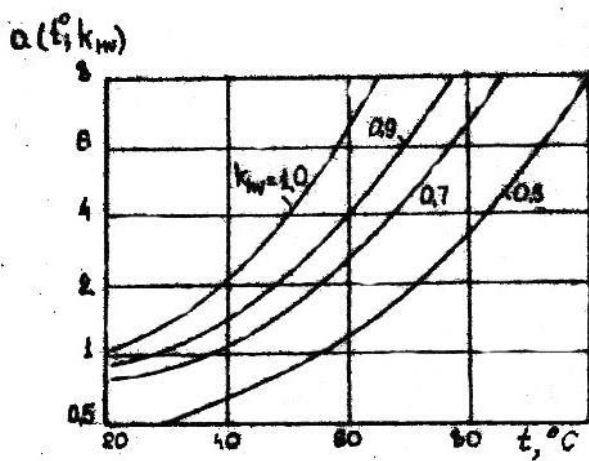


а)

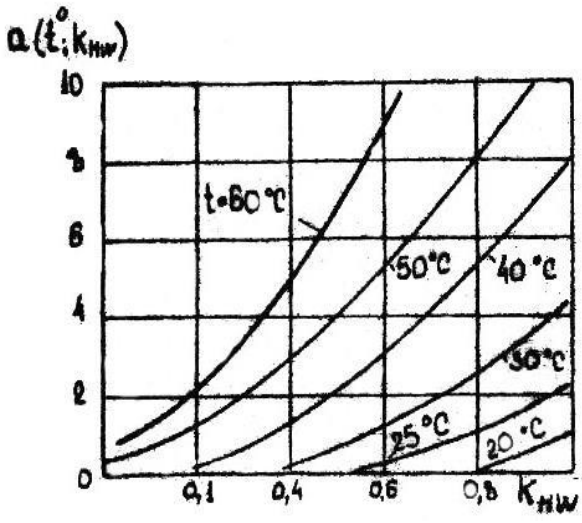


б)

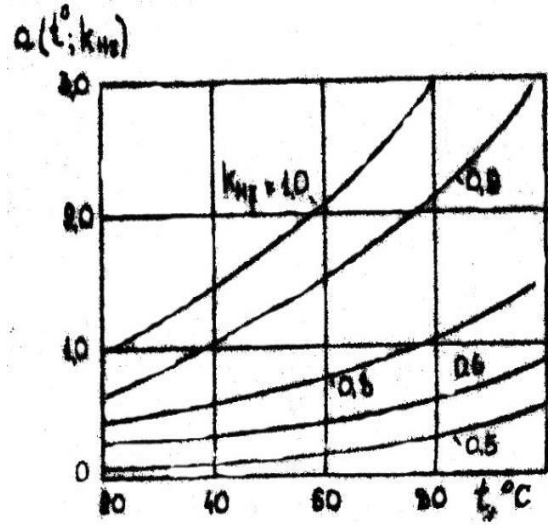
Рисунок 1 - Зависимость результирующей интенсивности отказа а) и результирующей вероятности безотказной работы б) БУ и З от температуры



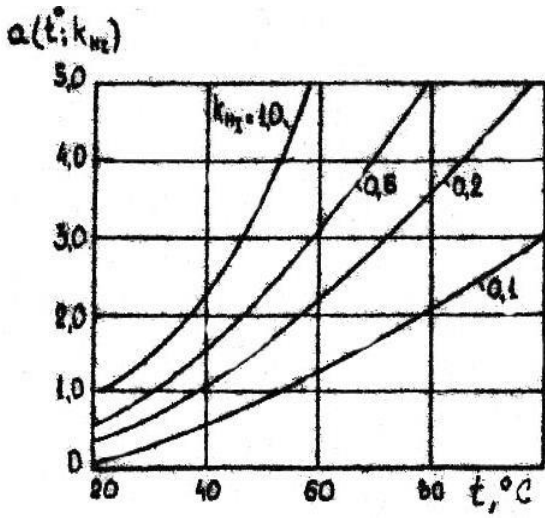
a)



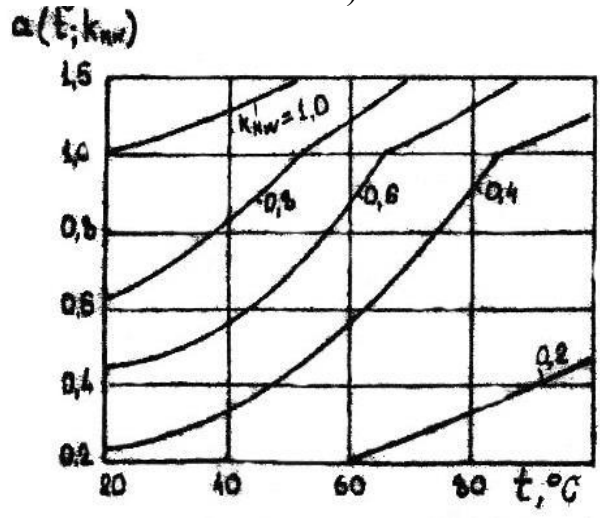
b)



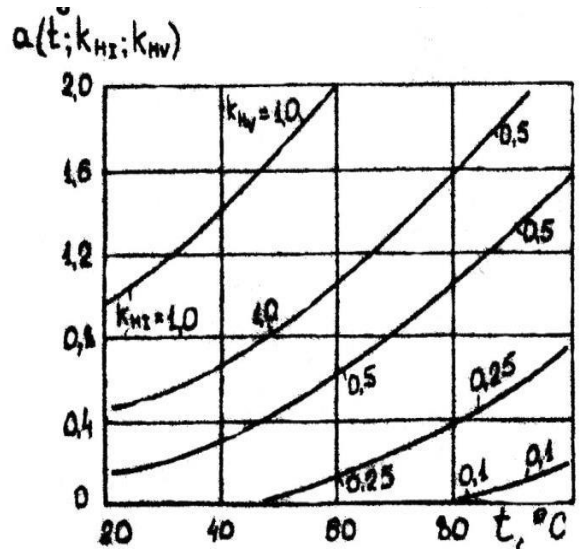
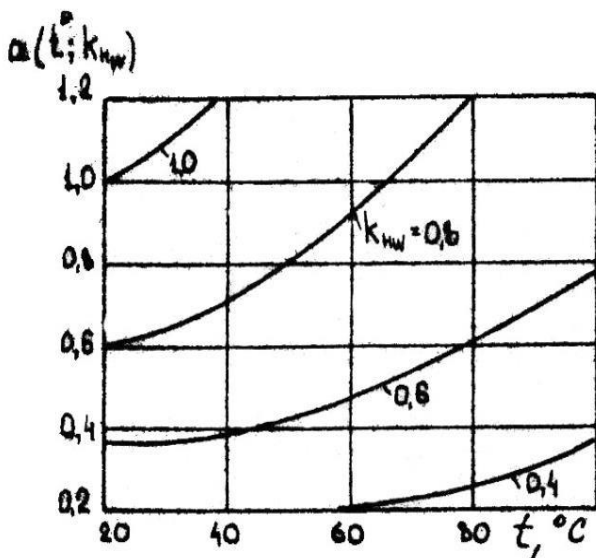
B)



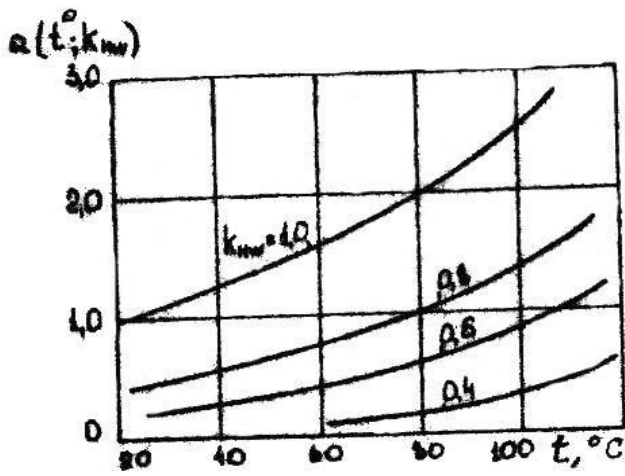
Д)



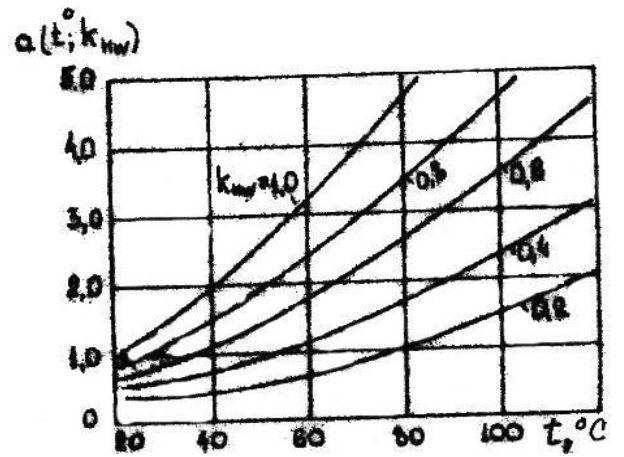
e)



ж)



з)



и)

к)

Рисунок 2 - Семейство кривых  $\square a(t; k_{i,u})$  для а) электролитических и б) слюдяных конденсаторов; в) трансформаторов и дросселя; г) штепсельных разъемов; д) магнитных пускателей, контакторов, мощных реле; е) металлопленочных резисторов; ж) проволочных резисторов; з) кремниевых диодов; и) кремниевых транзисторов; к) интегральных микросхем и германиевых транзисторов.



## 2. Расчет критериев надежности электрических систем

Исходные данные об отказах защитного устройства для заданного варианта курсового проекта приведены в таблице 3.

Таблица 3 - Исходные данные для расчета

$\Delta t_i$	$n(\Delta t)$	$\Delta t_i$	$n(\Delta t)$	$\Delta t_i$	$n(\Delta t)$	$\Delta t_i$	$n(\Delta t)$
0-200	13	600-800	8	1200-1400	7	1800-2000	8
200-400	11	800-1000	7	1400-1600	7	2000-2200	7
400-600	10	1000-1200	7	1600-1800	7	2200-2400	6

Статистически  $P(t)$  оценивается выражением:

$$P^*(t) = N_0 - n(t) / N_0,$$

где  $n(t)$  – число изделий отказавших за время  $t$

$N_0$  – количество изделий в начале испытаний.

$$P(200) = 160 - (13 + 11) / 160$$

Результаты занесем в таблицу 4.

Таблица 4

$\Delta t_i$	$P^*(t)$	$\Delta t_i$	$P^*(t)$	$\Delta t_i$	$P^*(t)$	$\Delta t_i$	$P^*(t)$
200	0,92	800	0,73	1400	0,60	2000	0,46
400	0,85	1000	0,69	1600	0,56	2200	0,42
600	0,78	1200	0,65	1800	0,52	2400	0,38

Вероятность отказа  $Q^*(t)$ :

$$Q^*(t) = n(t) / N_0$$

Отказ и безотказная работа являются событиями противоположными и несовместимыми, поэтому  $Q^*(t) = 1 - P(t)$

Занесем результаты в таблицу 5.

Таблица 5

$\Delta t_i$	$Q^*(t)$	$\Delta t_i$	$Q^*(t)$	$\Delta t_i$	$Q^*(t)$	$\Delta t_i$	$Q^*(t)$
200	0,08	800	0,27	1400	0,40	2000	0,54
400	0,15	1000	0,31	1600	0,44	2200	0,58
600	0,22	1200	0,35	1800	0,48	2400	0,62

Частота отказов  $f^*(t)$ :

$$f^*(t) = n(\Delta t) / N_0 \cdot \Delta t$$

где  $n(\Delta t)$  – число отказавших изделий в интервале времени от  $t - \Delta t/2$  до  $t + \Delta t/2$

$$f^*(200) = 13 / 160 \cdot 200$$

$$f^*(400) = 11 / 160 \cdot 200$$

Занесем результаты в таблицу 6.

Таблица 6

$\Delta t_i$	$f^*(t) \cdot 10^{-3}$	$\Delta t_i$	$f^*(t) \cdot 10^{-3}$	$\Delta t_i$	$f^*(t) \cdot 10^{-3}$	$\Delta t_i$	$f^*(t) \cdot 10^{-3}$
200	0,40	800	0,25	1400	0,21	2000	0,25
400	0,34	1000	0,21	1600	0,21	2200	0,21
600	0,31	1200	0,21	1800	0,21	2400	0,18

Интенсивность отказов  $\lambda(t)$ :

$$\lambda^*(t_i) = n(\Delta t_i) / N_{срi} \cdot \Delta t_i$$

где  $N_{срi}$  – среднее число исправно работающих изделий в интервале  $\Delta t_i$ :  $N_{срi} = (N_i + N_{i+1})/2$ , где  $N_i$  – число изделий, исправно работающих в момент времени  $t_i$ ;  $N_{i+1}$  – число изделий, исправно работающих в конце интервала  $t_i$ .

$$\lambda^*(150) = 13 / ((160+147)/2) \cdot 200$$

$$\lambda^*(300) = 11 / ((147+136)/2) \cdot 200$$

Занесем результаты в таблицу 7.

Таблица 7

$\Delta t_i$	$\lambda^*(t) \cdot 10^{-3}$	$\Delta t_i$	$\lambda^*(t) \cdot 10^{-3}$	$\Delta t_i$	$\lambda^*(t) \cdot 10^{-3}$	$\Delta t_i$	$\lambda^*(t) \cdot 10^{-3}$
200	0,423	800	0,327	1400	0,331	2000	0,506
400	0,262	1000	0,305	1600	0,374	2200	0,489
600	0,382	1200	0,325	1800	0,404	2400	0,461

По данным таблиц 4, 5, 6, 7 построим графики изменения вероятности безотказной работы  $P(t)$  – рисунок 3, вероятности отказа  $Q(t)$  – рисунок 4, интенсивности отказов  $\lambda(t)$  – рисунок 5 и частоты отказов  $f(t)$  защитных устройств от времени их работы – рисунок 6.

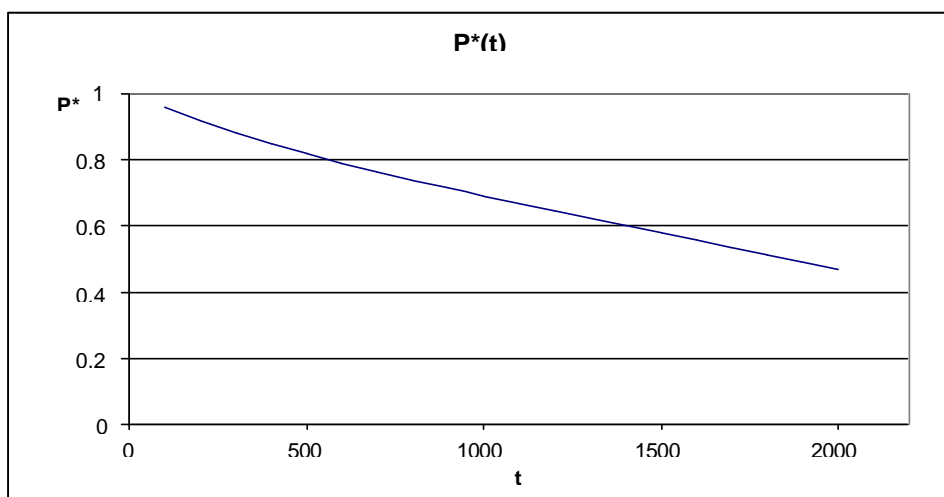


Рисунок 3 - Зависимость вероятности безотказной работы от времени

По полученным данным рисунка 3 можно заключить, что надежность работы защитных устройств зависит от времени их работы, с увеличением продолжительности работы надежность устройств снижается. Так, через 2000 ч работы вероятность безотказной работы уменьшится до 50%. Таким образом, вероятность безотказной работы является основным количественным критерием надежности, так как наиболее полно охватывает многообразие факторов, влияющих на надежность работы устройств. Быстрое снижение вероятности безотказной работы указывает на то, что надежность устройств снижается за счет отрицательного влияния условий эксплуатации, главным образом, за счет тяжелых условий работы в условиях сельского хозяйства.

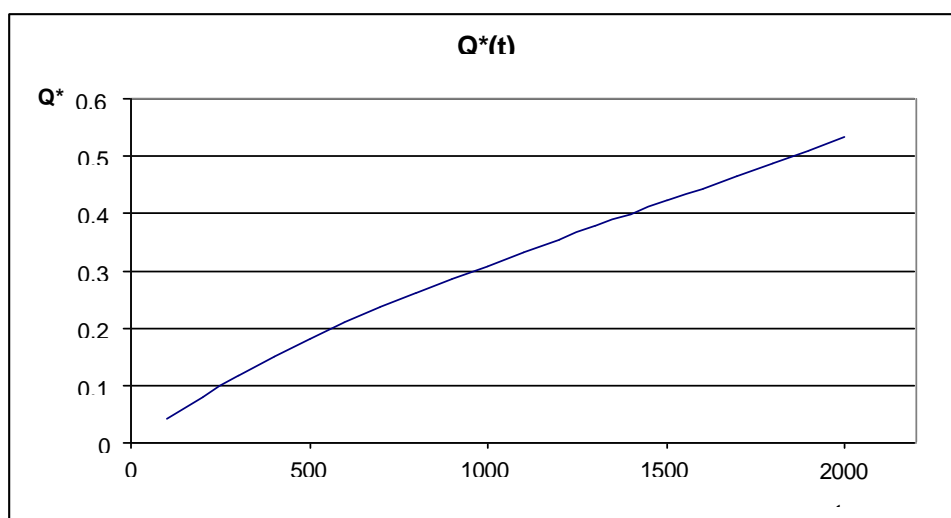


Рисунок 4 - Зависимость изменения вероятности отказа от времени работы устройств защиты

Вероятность отказа  $Q(t)$  это противоположное событие вероятности безотказной работы  $P(t)$ . С увеличением продолжительности работы устройства вероятность отказа увеличивается, при работе устройства защиты до 2000 ч вероятность отказа составляет более 50%.

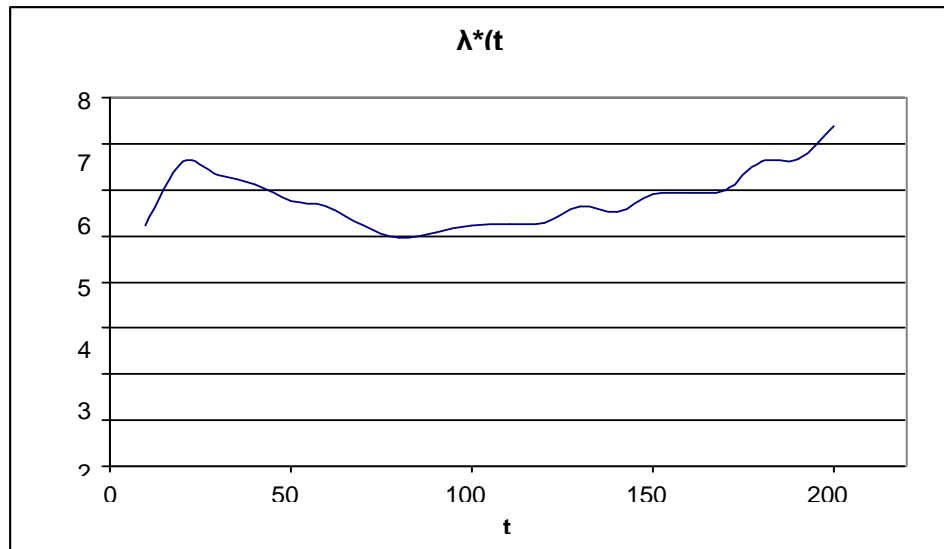


Рисунок 5 - Зависимость интенсивности отказов от времени работы устройства

Интенсивность отказов характеризует степень надежности устройства в данный момент времени его работы и измеряется числом отказов в час, и является более полной характеристикой надежности по сравнению с вероятностью безотказной работы. На рисунке 5 можно выделить три характерных участка изменения вероятности отказов. Первый участок (в пределах до 500 час.) – участок приработки. Он характеризуется высокой интенсивностью отказов. В этот период частые появления отказов связаны появлением неисправностей конструктивно – технологического характера устройства. После устранения выявленных неисправностей отказы стабилизируются (второй участок) и начинается нормальная эксплуатация устройства практически постоянным средним значением  $\lambda(t)$ . В третьем периоде (после 1750 ч.) интенсивность отказов увеличивается из-за старения и износа отдельных элементов устройства.

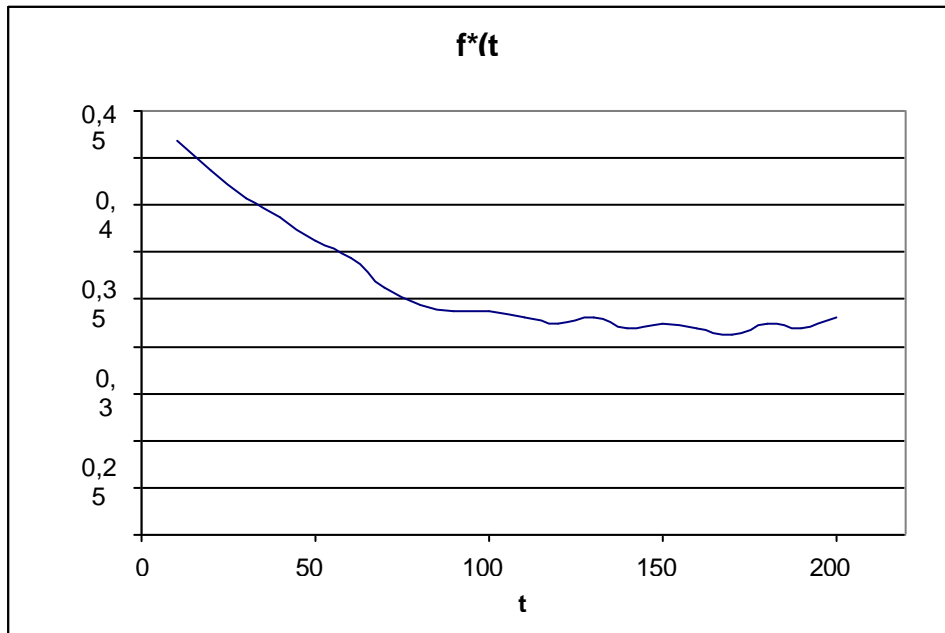


Рисунок 6 - График изменения частоты отказов от времени работы устройства защиты

Как видно из рисунка 6, частота отказов с увеличением продолжительности эксплуатации снижается и представляет с собой число отказов за единицу времени. Она указывает на скорость падения надежности устройства. В пределе частота отказов стремится к нулю.

Среднее время безотказной работы:

$$T^*_{cp} = \frac{\sum t_{cp} \cdot n(\Delta t) + t_i (N_0 \cdot n(t_i))}{N_0}$$

$$T^*_{cp} = 430 \text{ часов}$$

## ВЫВОДЫ

Уточненный расчет показал, что значения результирующей вероятности безотказной работы и интенсивности отказов системы с учетом эксплуатации и без них различны в несколько раз. Это является следствием сделанных при ориентировочном расчете допущений: анализируемое изделие структурно является последовательным; условия эксплуатации не учитываются; отказы элементов независимы; модели отказов любых элементов изделия полагаются экспоненциальными. Надежность всех объектов также зависит от коэффициента нагрузки, чем он больше, тем надежность объекта меньше. Решить эту проблему можно либо путем уменьшения коэффициента нагрузки для этого же объекта, либо заменой этого объекта объектом большей мощности при том же коэффициенте нагрузки, но это сопряжено с увеличением экономических затрат, объемов, веса, габаритов, затрат электроэнергии. Поэтому находят такую структуру, которая в условиях экономических ограничений обладает наибольшей надежностью, или находят такой вариант структуры, для которого при ограничении на надежность стоимость затрат наименьшая.

**Практическое занятие №1**  
**ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ**

**ЦЕЛЬ ЗАНЯТИЯ**

Изучить основные понятия и определения теории надежности

**СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ**

1. Повторение лекционного материала.
- 1.1. Основные определения теории надежности.
- 1.2. Составляющие надежности.
- 1.3. Показатели надежности.

**ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ**

**Надежность** - свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования.

**Исправность** – состояние объекта, при котором он соответствует всем установленным требованиям.

**Неисправность** – состояние объекта, при котором он не соответствует хотя бы одному из указанных требований.

**Работоспособность** – состояние объекта, при котором значения всех параметров соответствует требованиям, установленным технической документацией.

**Неработоспособность** – состояние объекта, при котором хотя бы один параметр работоспособности не соответствует установленным требованиям.

**Предельное состояние** – состояние объекта, при котором его дальнейшая эксплуатация недопустима по условиям безопасности или нецелесообразна по экономическим критериям.

**Отказ** – событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта.

### *Составляющие надежности*

Надежность характеризуется следующими свойствами: безотказность, долговечность, ремонтпригодность, сохраняемость и живучесть. Для конкретных объектов и условий их эксплуатации эти свойства могут иметь различную относительную значимость.

**Безотказность** – свойство объекта сохранять работоспособность без вынужденных перерывов в течении некоторого периода времени или наработки до появления первого или очередного отказа.

**Долговечность** – свойство объекта сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния с необходимыми перерывами для технического обслуживания и ремонтов. При этом под предельным состоянием понимается состояние объекта, при котором его дальнейшее применение по назначению недопустимо или нецелесообразно, либо восстановление его исправного состояния невозможно или нецелесообразно.

**Ремонтпригодность** – приспособленность объекта к предупреждению, обнаружению и устранению отказов путем проведения технического обслуживания и ремонтов. Это свойство определяется конструкцией машины, доступностью к любому узлу и детали для проведения ремонта или замены. Бывают ремонтпригодные устройства и неремонтпригодные (первые – электродвигатели, трансформаторы и т.п., вторые – лампы накаливания, люминесцентные лампы и др.).

**Сохраняемость** – свойство объекта сохранять значения показателей безотказности, долговечности и ремонтпригодности во время хранения и транспортирования. Свойство сохраняемости характеризует способность объекта противостоять отрицательному влиянию факторов длительного его



хранения или транспортирования и обеспечить его применение после этих режимов с сохранением вышеуказанных показателей.

### *Показатели надежности*

Для численной характеристики одного или нескольких свойств надежности предназначены показатели надежности. Они позволяют количественно сравнивать надежность различных объектов между собой или надежность одного и того же объекта в разных условиях, либо на разных этапах эксплуатации. По признаку ремонтпригодности выделяют показатели восстанавливаемых и невосстанавливаемых объектов. Показатели могут быть единичными или комплексными. Единичный показатель относится к одному из свойств надежности, а комплексный – к нескольким свойствам.

Основные единичные показатели надежности восстанавливаемых и невосстанавливаемых объектов приведены в таблице 1.1.

Таблица 1.1 - Классификация основных показателей надежности

Свойство	Показатель
<b>Безотказность</b>	<p><b>Невосстанавливаемые объекты</b>                      Вероятность безотказной работы – <math>P(t)</math>                      Частота отказов – <math>f(t)</math>                      Интенсивность отказов – <math>\lambda(t)</math>                      Нарботка до отказа - <math>T_0</math></p> <p><b>Восстанавливаемые объекты</b>                      Вероятность безотказной работы – <math>P(t)</math>                      Параметр потока от отказов – <math>\omega(t)</math>                      Средняя наработка на отказ – <math>T_{cp}</math></p>
<b>Долговечность</b>	<p>Гамма – процентный ресурс – <math>T_{p\gamma}</math>                      Средний ресурс – <math>T_{pcp}</math>                      Гамма – процентный срок службы – <math>T_{сл\gamma}</math>                      Средний срок службы – <math>T_{сл.ср}</math></p>
<b>Ремонтопригодность</b>	<p>Вероятность восстановления – <math>P_v(t)</math>                      Интенсивность восстановления – <math>\mu(t)</math>                      Среднее время восстановления – <math>T_v</math></p>
<b>Сохраняемость</b>	<p>Гамма – процентный срок сохраняемости – <math>T_{сх\gamma}</math>                      Средний срок сохраняемости – <math>T_{сх}</math></p>

### ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Какими понятиями оценивается способность объекта выполнять требуемые функции?
2. Что называется отказом? Какие бывают отказы?
3. Дать определение понятию безотказность.
4. Дать определение понятию долговечность.
5. Дать определение понятию ремонтпригодность.
6. Дать определение понятию сохраняемость.
7. Привести классификацию основных показателей надежности.

**Практическое занятие № 2**  
**УПРАВЛЕНИЕ НАДЕЖНОСТЬЮ СИСТЕМ**  
**НЕВОССТАНАВЛИВАЕМОГО ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ**

**ЦЕЛЬ ЗАНЯТИЯ**

Изучить управление основными показателями надежности невосстанавливаемого электрооборудования.

**СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ**

1. Повторение лекционного материала.

1.1. Показатели безотказности.

1.2. Показатели долговечности.

1.3. Показатели ремонтпригодности.

1.4. Показатели сохраняемости.

1.5. Комплексные показатели надежности.

2. Задание.

2.1. На испытаниях находилось  $N_0 = 1000$  осветительных приборов. За время  $t = 3000$  ч. отказало  $n = 200$  изделий. За последующие  $\Delta t = 200$  ч. отказало еще  $\Delta n_1 = 100$  изделий.

Определить  $P(3000)$ ,  $P(3200)$ ,  $f(3100)$ ,  $\lambda(3100)$ .

2.2. Проведены ускоренные испытания 500 предохранителей. Число отказов  $\Delta n$  предохранителей фиксировалось через каждые  $\Delta t = 100$  ч. Ниже приведены данные об отказах.

$\Delta t$	0-100	100-200	200-300	300-400	400-500
$\Delta n$	30	26	20	14	12

Необходимо определить  $P(500)$ ,  $\lambda(450)$ ,  $T_{cp}$ .

2.3. Прибор состоит из четырех блоков. Отказ любого из них приводит к отказу прибора. Первый блок отказал 9 раз в течение 21000 ч., второй – 7

раз в течении 16000ч., третий – 2 раза и четвертый – 8 раз в течении 12000ч. работы. Определить наработку на отказ.

## ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Вероятность безотказной работы – вероятность того, что в заданном интервале не возникает отказа. Математически этот показатель можно записать как вероятность того, что время  $T$  безотказной работы будет больше некоторого заданного времени  $t$ , т.е.

$$P(t) = P(T > t)$$

Типичная зависимость вероятности безотказной работы от времени изображена на рисунке 2.1.

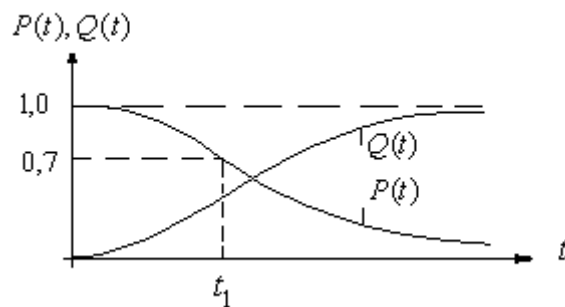


Рисунок 2.1 - Зависимость вероятности безотказной работы и вероятности отказа от времени.

$P(t)$  выражается в долях единицы или в %. и изменяется от 1 до 0 (или от 100% до 0).

$$0 \leq P(t) \leq 1; \quad P(0) = 1; \quad P(\infty) = 0.$$

Согласно определению  $P(t)$  подсчитывается по формуле

$$P(t) = \lim_{N_0 \rightarrow \infty} \frac{N_0 - n(t)}{N_0}$$

На практике пользуется приближенной формулой

$$P(t) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0} = 1 - \frac{n(t)}{N_0}, \quad (2.1)$$

где  $n(t)$  - число отказавшего электрооборудования за время  $t$ ;  $N_0$  – число электрооборудования, установленного в эксплуатации.

Следовательно, чем больше вероятность безотказной работы  $P(t)$ , тем выше надежность электрооборудования по признаку безотказности.

На практике часто пользуется понятием вероятности отказа  $Q(t)$ , т.е. событие, противоположного событию безотказной работы. Под  $Q(t)$  понимают вероятность того, что в заданном интервале времени возникает отказ:

$$Q(t) = P(T < t) = 1 - P(t) \quad (2.2)$$

Сумма вероятностей противоположных событий равна:  $P(t) + Q(t) = 1$

На рисунке 2.1. приведена зависимость вероятности отказа от времени.

#### *Частота отказов*

Продифференцировав функцию  $Q(t)$ , получим:

$$f(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt} \quad (2.3)$$

Частота отказов представляет собой скорость «падения» надежности и в математическом смысле  $f(t)$  есть плотность распределения наработки до отказа.

Из статистических данных, полученных в результате испытаний или эксплуатации, частота отказов определяется по формуле:

$$f(t)^* = \frac{n(t)}{N_0 \Delta t} \quad (2.4)$$

т.е.  $f(t)$  представляет собой число отказавшего электрооборудования в рассматриваемый интервал времени  $\Delta t$ .

Размерность частоты отказов будет [1/ч] или измеряться в отказах на час [отк/ч].

#### *Интенсивность отказов*

Интенсивность отказов  $\lambda(t)$  представляется отношением приращения

числа отказов  $dn(t)$  за интервал времени от до  $t + dt$  к количеству остающихся к рассматриваемому интервалу времени исправного изделий  $N(t)$ :

$$\lambda(t) = \frac{1}{N(t)} \frac{dn(t)}{dt} \quad (2.5)$$

где  $N(t) = N_0 - n(t)$ ;  $n(t)$  – число изделий отказавших за промежутки времени  $t$ .

По статистическим данным  $\lambda(t)$  определяются как отношение числа отказавших изделий в интервале времени  $\Delta t$  к среднему числу изделий, исправно работающих в данный отрезок времени:

$$\lambda(t)^* = \frac{n(t)}{N(t)\Delta t} \quad (2.6)$$

где  $N(t) = \frac{(N_i + N_{i+1})}{2}$  – среднее число исправно работающих изделий в интервале  $\Delta t$ ;  $N_i$  – число изделий исправно работающих в начале интервала  $\Delta t$ ;  $N_{i+1}$  – в конце интервала  $\Delta t$ ; следовательно, интенсивность отказов – это среднее число отказов, приходящиеся на единицу времени и характеризует степень надежности электрооборудования в каждый данный момент времени, по этому является более полный и точный характеристикой надежности. Чем меньше численное значение интенсивности отказов, тем выше надежность в смысле безотказности.

Размерность интенсивности отказов составляет  $[ч^{-1}]$  и обычно измеряется в [отк/ч].

**Средняя наработка до отказа** – это математическое ожидание наработки объекта до первого отказа.  $T_{cp}$ . По статистическим данным  $T_{cp}$  определяется как отношение суммарного времени наработки каждого объекта до появления отказа к общему числу наблюдаемых объектов:

$$T_{cp}^* = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} t_i \quad (2.7)$$

где  $t_i$  – время наработки до отказа  $i$ -го изделия;  $N_0$  – общее число изделий.

С ростом числа наблюдаемых изделий величина  $T_{cp}$  сходится по вероятности к математическому ожиданию времени безотказной работы. Нарботка до отказа выражается в единицах работы. Следовательно, чем выше величина наработки до отказа, тем выше надежность объекта.

### Показатели долговечности

**Гамма – процентный ресурс  $T_{p\gamma}$**  – наработка, в течении которой объект достигнет предельного состояния с заданной вероятностью  $\gamma$ , выраженной в %. Для изделия с увеличением  $\gamma$ ,  $\gamma$  – процентный ресурс уменьшается.

В энергетике принято оценивать ресурс изделий значением 80%-го  $\gamma$  – ресурса ( $T_{p\gamma=80}$ ). Если, например, для какого то изделия  $T_{p\gamma=80} = 3000$ , то это означает, что при испытании (эксплуатации) достаточно большой партии изделий при наработке 3000ч., 80% этих изделий еще останутся в работоспособном состоянии и не будут требовать капитального ремонта или списания, а 20% - до этой наработки не доработает.

Значение гамма - процентного ресурса можно определить с помощью кривой убыли надежности, взаимосвязь которых определяется выражением (2.8)

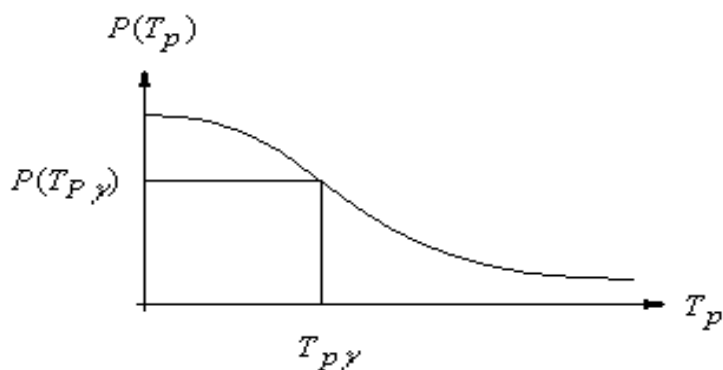


Рисунок 2.2 - Кривая убыли надежности

$$P(T_{p\gamma}) = \int_{T_p}^{\infty} P(T_p) dT_p \quad (2.8)$$

где  $P(T_{p\gamma})$  – вероятность обеспечения ресурса  $T_{p\gamma}$ , соответствующая значению  $\frac{\gamma}{100}$ ;  $T_p$  – наработка до предельного состояния.

**Средний ресурс** – математическое ожидание ресурса.

По статистическим данным средний ресурс определяется по выражению:

$$T_{\text{ср}}^* = \frac{\sum_{n=1}^N T_{pn}}{N}, \quad (2.9)$$

где  $T_{pn}$  – ресурс n-го объекта, состоящего из N объектов.

**Гамма – процентный срок службы**  $T_{сл\gamma}$  - календарная продолжительность эксплуатации, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с вероятностью  $\gamma$ , выраженной в %.

**Средний срок службы**  $T_{сл.ср}$  - математическое ожидание срока службы.

Значения  $T_{сл\gamma}$  и  $T_{сл.ср}$  определяют по выражению (2.8) и (2.9), но зависящие от новой переменной  $T_{сл}$ .

#### *Показатели ремонтпригодности*

Вероятность восстановления  $P_g(t)$  - вероятность того, что возникший отказ будет обнаружен и устранен за время, не превышающее заданное время:

$$P_g(t) = P(t_g \leq t), \quad (2.10)$$

где  $t$  - заданное время восстановления.

Вероятность восстановления объекта в заданное время вычисляется по выражению



$$P_g(t) = \int_0^t f_g(t) dt, \quad (2.11)$$

где  $f_g(t)$  - плотность распределения времени восстановления.

По статистическим данным  $P_g(t)$  определяется

$$P_g^*(t) = 1 - \frac{n_g(t + \Delta t)}{N_g(t + \Delta t)}, \quad (2.12)$$

где  $n_g(t + \Delta t)$  - число устройств, не восстановленных за промежуток времени от  $t$  до  $t + \Delta t$ ,  $N_g(t + \Delta t)$  - общее число устройств, подлежащих восстановлению за этот интервал времени.

**Интенсивность восстановления**  $\mu(t)$  - характеризует вероятность восстановления ремонтпригодности объекта за единицу времени при условии, что до этого момента времени восстановление не произошло.

При известных законах распределения времени восстановления  $\lambda_g(t)$  определяется по формуле:

$$\mu(t) = \frac{f_g(t)}{1 - F_g(t)},$$

где  $F_g(t)$  - функция распределения времени восстановления.

По статистическим данным значение  $\mu(t)$  определяется по формуле:

$$\mu(t) = \frac{m_g(t + \Delta t)}{n_g(t + \Delta t)}, \quad (2.13)$$

где  $\Delta t$  - рассматриваемый промежуток времени;  $m_g(t + \Delta t)$  - число восстановлений в интервале от  $t$  до  $t + \Delta t$ ;  $n_g(t)$  - число не восстановленных устройств на момент времени  $t$ .

**Среднее время восстановления**  $T_g$  - это математическое ожидание времени восстановления работоспособности.

При известном законе распределения  $T_g$  определяется по формуле:

$$T_{\epsilon} = M[t_{\epsilon}] = \int_0^{\infty} t f_{\epsilon}(t) dt, \quad (2.14)$$

где  $M[t_{\epsilon}]$  - знак математического ожидания восстановления работоспособности;  $f_{\epsilon}$  - плотность распределения времени восстановления.

По статистическим данным  $T_{\epsilon}$  определяют по выражению:

$$T_{\epsilon}^* = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m t_{\epsilon,i}, \quad (2.15)$$

где  $t_{\epsilon,i}$  - время устранения  $i$ -го отказа;  $m$  - количество отказов, наблюдаемых в процессе испытания или эксплуатации.

#### *Показатели сохраняемости*

**Гамма – процентный срок сохраняемости**  $T_{cx\gamma}$  – календарная продолжительность хранения или транспортирования, в течение и после которой показатели безотказности, долговечности и ремонтпригодности объекта не выйдут за установленные пределы, с вероятностью  $\gamma$ , выраженный в %. Гамма – процентный срок сохраняемости определяется по выражению:

$$P(T_{cx\gamma}) = \int_{T_{cx\gamma}}^{\infty} P(T_{cx}) dT_{cx}, \quad (2.16)$$

где  $P(T_{cx\gamma})$  - вероятность обеспечения сохраняемости  $T_{cx\gamma}$ , соответствующая значению  $\gamma/100$ .

**Средний срок сохраняемости** – математическое ожидание срока сохраняемости. По статистическим данным он определяется так:

$$T_{cxcp}^* = \frac{\sum_{n=1}^N T_{cxn}}{N}, \quad (2.17)$$

где  $T_{cxn}$  - сохраняемость  $n$ -го объекта;  $N$  - количество объектов.

### Комплексные показатели надежности

Помимо единичных показателей надежности, для оценки эксплуатационных характеристик электрооборудования часто используются комплексные (обобщенные) показатели надежности, которые относятся одновременно к нескольким свойствам.

**Коэффициент готовности**  $K_G$  - характеризуют относительное время нахождения электрооборудования в исправном состоянии

$$K_G = \frac{T_0}{T_0 + T_e}, \quad (2.18)$$

где  $T_0$  – наработка до отказа;  $T_e$  – среднее время восстановления.

Согласно уравнению (2.18)  $K_G$  устройства определяется его безотказностью и ремонтпригодностью.  $T_0$  – характеризует безотказность,  $T_e$  – ремонтпригодность.

Коэффициент готовности устройства как вероятностный показатель можно представить следующим уравнением:

$$K_G(t) = 1 - e^{-\mu} (1 - e^{-\lambda t}), \quad (2.19)$$

где  $\lambda$  - интенсивность отказов устройства;  $\mu$  - интенсивность восстановления;  $t$  - предельно допустимое время обслуживания по восстановлению работоспособности неисправного устройства;  $e^{-\lambda t}$  представляет собой вероятность безотказной работы устройства в течении времени  $T$ ;  $1 - e^{-\lambda t}$  - определяет вероятность отказов устройства за то же время;  $e^{-\mu t}$  - выражает собой вероятность не проведения ремонта устройства в пределах заданного промежутка времени  $t$ .

**Коэффициент оперативной готовности**  $K_{ог}$  - характеризует надежность объектов, необходимость применения которых возникает в произвольный момент времени, после которого требуется определенная безотказная работа:

$$K_{ог} = K_G P(t_0; t_1), \quad (2.20)$$

где  $t_0$  - момент времени, с которого возникает необходимость применения объекта по назначению;  $t_1$  - момент времени, когда применение объекта по назначению прекращается;  $P(t_0;t)$  - вероятность безотказной работы объекта в интервале  $(t_0;t_1)$ .

По статистическим данным  $K_{ог}$  определяется по формуле:

$$K_{ог} = \frac{T_0}{T_0 + T_{\epsilon} + T_{орг}}, \quad (2.21)$$

где  $T_{орг}$  - простой по организационным причинам: вывоз ремонтных бригад, доставка запасных частей и т.п.

Коэффициент технического использования  $K_{ти}$  - характеризует долю времени нахождения объекта в работоспособном состоянии с учетом простоя объекта на всех видах технического обслуживания и ремонта:

$$K_{ти} = \frac{t_{сум}}{t_{сум} + t_{ТО} + t_{рем}}, \quad (2.22)$$

где  $t_{сум}$  - суммарная наработка;  $t_{ТО}, t_{рем}$  - суммарное время пребывания в обслуживании и ремонта.

По сравнению с  $K_{г}$  коэффициент технического использования  $K_{ти}$  является более общим и универсальным показателем.

### Выполнение задания по теме занятия

2.1. Вероятность безотказной работы осветительных приборов за 3000ч. работы.

$$P(3000) = \frac{N_0 - n(3000)}{N_0} = \frac{1000 - 200}{1000} = 0,8$$

Вероятность безотказной работы осветительных приборов за 3200 часов работы.

$$P(3200) = \frac{1000 - 300}{1000} = 0,7$$

Частота отказов в промежутке времени от 3000ч. до 3200ч.

$$f(3100) = \frac{\Delta n_1}{N_0 \cdot \Delta t} = \frac{100}{1000 \cdot 200} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$$

Интенсивность отказов за тот же промежуток времени:

$$\lambda(3100) = \frac{\Delta n_1}{N(t)\Delta t} = \frac{100}{\frac{800+700}{2} \cdot 200} = 6,6 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$$

### ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Что оценивают показатели безотказности?
2. Что показывает средняя наработка на отказ?
3. Перечислите показатели ремонтпригодности.
4. Как определить среднее время восстановления?
5. Перечислите показатели долговечности.
6. Перечислите показатели сохраняемости.
7. Перечислите комплексные показатели надежности.

**Практическое занятие № 3**  
**УПРАВЛЕНИЕ НАДЕЖНОСТЬЮ СИСТЕМ**  
**ВОССТАНАВЛИВАЕМОГО ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ**

**ЦЕЛЬ ЗАНЯТИЯ**

Изучить показатели надежности восстанавливаемого электрооборудования.

**СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ**

1. Повторение лекционного материала.
  - 1.1. Понятие простейшего потока отказов.
  - 1.2. Параметр потока отказов.
  - 1.3. Вероятность безотказной работы.
  - 1.4. Средняя наработка на отказ.

2. Задание.

2.1. Произвести приблизительную оценку вероятности безотказной работы и среднюю наработку до первого отказа для трехфазного электродвигателя серии 4А для двух промежутков времени его работы:  $t = 1000$  и  $3000$  ч. по следующей средней статистической величине интенсивности отказов:  $\lambda \approx 20 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$ .

2.2. Определить надежность машины постоянного тока для трех промежутков времени ее работы:  $t = 1000, 3000$  и  $5000$  ч. по следующим средним статистическим данным от интенсивности отказов основных ее частей: магнитная система с обмоткой возбуждения  $-\lambda_1 \approx 0,01 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$ ; обмотка якоря  $\lambda_2 \approx 0,05 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$ ; подшипников качения  $-\lambda_3 \approx 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$ ; коллектор  $-\lambda_4 \approx 3 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$  и щеточного устройства  $-\lambda_5 \approx 1 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$ .

## ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

### *Понятие простейшего потока отказов*

Понятия  $P(t)$ ,  $\lambda(t)$ ,  $f(t)$  и  $T_0$  обычно применяются для невосстанавливаемых объектов, которые находятся в двух состояниях – работоспособном и не работоспособном (лампы накаливания, лампы ДРЛ и другие). На практике в сельскохозяйственном производстве используют восстанавливаемые (ремонтируемые) объекты, которые находятся в трех состояниях: работоспособности, неработоспособности и восстановления (асинхронные двигатели, трансформаторы и другие). Процесс эксплуатации объектов с восстановлением можно представить как последовательное чередование интервалов времени работоспособного и неработоспособного состояний.

В случае восстанавливаемых объектов не рекомендуется пользоваться критериями оценки надежности, введенными для невосстанавливаемых объектов. Действительно, поскольку число отказов, а значит и восстановлений (замены) за наблюдаемый промежуток времени для восстанавливаемых объектов может быть любыми, в том числе  $n(t) > N_0$  или значительно больше числа  $N_0$  испытываемых объектов, поэтому теряется математический и физический смысл таких показателей, как  $P(t), f(t), \lambda(t), T_0$ .

Например, по определению  $P(t) = 1 - \frac{n(t)}{N_0}$  получится  $P(t) < 0$ , что не может быть.

Поэтому, в теории надежности в качестве удобной модели для описания отказов восстанавливаемых объектов принят так называемый простейший поток отказов.

Простейшим потоком отказов называется такой поток, который удовлетворяет (одновременно) следующим трем условиям: стационарности, ординарности и отсутствия последствия.

Стационарность потока означает, что количество отказов за какой-то небольшой интервал времени  $\Delta t$  не зависит от того, где располагается на оси времени этот интервал, а зависит от длительности этого интервала.

На рисунке 3.1 представлен график потоков отказов числа  $N_0$  восстанавливаемых объектов.

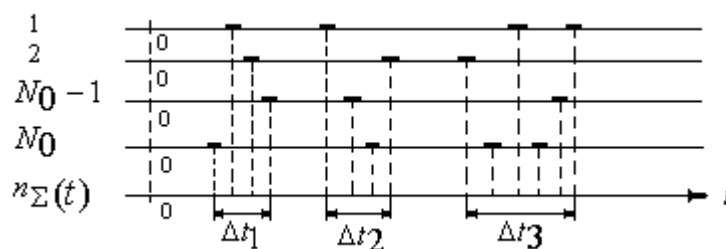


Рисунок 3.1 - Поток отказов восстанавливаемых объектов

На рисунке 3.1 знак «-» указывает момент возникновения отказа и восстановления объекта (происходит мгновенное восстановление или замена). Моменты возникновения отказов отдельных объектов снесены на ось  $0 t$ . Следовательно, на нижней оси представлены суммарный поток отказов всех объектов.

Как видно из рисунка 3.1 равному интервалу времени ( $\Delta t_1 = \Delta t_2$ ) суммарный поток отказов из  $N_0$  объектов остается неизменным. Он увеличивается лишь с увеличением интервала  $\Delta t_3$ . На практике это означает, что количество отказов электрооборудования в процессе эксплуатации можно прогнозировать. Это положение относится только ко второму периоду эксплуатации (период нормальной эксплуатации).

Для первого (период приработки) и третьего периодов (старение и износ) это положение не действует.

Понятие ординарность означает, что за небольшой промежуток времени  $\Delta t$  маловероятно возникновение двух или более отказов. Условие ординарности на практике обычно выполняется, поскольку взамен отказавшего узла (детали) электрооборудования устанавливается новый узел



(деталь). При этом предполагается, что вероятность его отказа при включении мала, то второй отказ может произойти только после некоторой наработки.

Отсутствие последствия означает, что количество отказов после некоторого момента времени не зависит от того, сколько их было до этого момента. Этому условию поток отказов удовлетворяет не полностью. Поэтому на практике пользуются понятием об ограниченном последствии.

Поток отказов называется потоком с ограниченным последствием, если случайные промежутки времени между соседними отказами взаимно независимы.

### *Параметр потока отказов*

Статический параметр потока отказов определяется как отношение общего количества отказов к суммарной наработке всех эксплуатируемых

объектов:

$$\omega(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_0} n_i(t)}{N_0 \Delta t} \quad (3.1)$$

В формуле (3.1) значение  $\Delta t$  надо подставлять довольно малое, чтобы выполнялось условие ординарности. Если условие ординарности выполняется, то всегда выполняется и неравенство  $\sum_{i=1}^{N_0} n_i(t) = n(t) < N_0$ . Это означает, что неравенство  $P(t) < 0$  не будет иметь места. Определим  $\omega(t)$  математически. Для этого построим  $n(t)$  (общее количество отказов) от времени (рисунок 3.2).

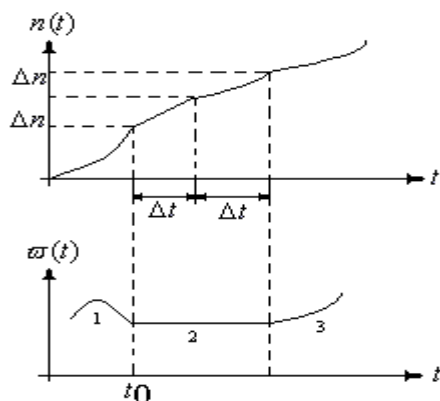


Рисунок 3.2 - К определению параметра потока отказов

Если после некоторого времени  $t_0$  функция  $n(t)$  окажется линейной, то параметр потока отказов  $\omega(t)$  определяется так:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta n(t)}{\Delta t} = \frac{dn(t)}{dt} = \omega(t) \quad (3.2)$$

Далее отметим важную теорему для практики. Параметр потока отказов восстанавливаемых объектов равен интенсивности отказов соответствующих невосстанавливаемых объектов, если потоки отказов в общих случаях являются простейшими, то есть для простейшего потока отказов справедливо равенство:

$$\omega(t) = \lambda(t) \quad (3.3)$$

Так как при простейшем потоке отказов интенсивность отказов остается постоянной во времени (для 2-го периода эксплуатации), то параметр потока отказов  $\omega(t)$  также неизменен во времени:

$$\omega(t) = \lambda(t) = const \quad (3.4)$$

Как видно из рисунка 3.2, во 2-ом периоде эксплуатации наблюдается стационарность потока отказов. Поэтому на этом этапе эксплуатации имеет место простейший поток отказов. Действительно, каждому из равных промежутков времени  $\Delta t$  будет соответствовать равное число отказов  $\Delta n$ .

### *Вероятность безотказной работы*

Для экспоненциального закона надежности формула для определения вероятности безотказной работы для восстанавливаемых объектов имеет вид:

$$P(t) = e^{-\omega t}, \quad (3.5)$$

где параметр потока отказов восстанавливаемых объектов может определяться так:

$$\omega = \sum_{i=1}^{N_0} \lambda_i, \quad (3.6)$$

где  $N_0$  - общее количество объектов.

### Средняя наработка на отказ

Средняя наработка на отказ определяется отношением суммарной наработки восстанавливаемых объектов к суммарному числу отказов этих объектов за каждое время их работы.

$$T_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^{N_0} \sum_{j=1}^n t_{ij}}{\sum_{i=1}^{N_0} \sum_{j=1}^n n_{ij}}, \quad (3.7)$$

где  $j$  – индекс номера отказа  $i$ -го объекта.

Для простейшего потока отказов  $\omega = \lambda = const$ . Но для невосстанавливаемых объектов  $\lambda = \frac{1}{T_0}$ , то параметр потока отказов для восстанавливаемых объектов  $\omega = \frac{1}{T_{cp}}$ . Поэтому на практике более просто определяется величина  $T_{cp}$  чем параметр потока отказов  $\omega$ , тогда вероятность безотказной работы для восстанавливаемых объектов можно определить в следующей форме:

$$P(t) = e^{-\frac{t}{T_{cp}}}$$

Вероятность восстановления  $P_B(t)$ , интенсивность восстановления  $\mu(t)$  и среднее время восстановления  $T_B$  приведены в методическом пособии к практическому занятию № 2.

### Выполнение задания по теме занятия

#### 2.1. Средняя наработка на отказ.

$$T_{cp} = \frac{1}{\lambda} = \frac{10^6}{20} = 5 \cdot 10^4 \text{ ч}.$$

Вероятность безотказной работы.

$$P(1000) = e^{-\frac{t_1}{T_{cp}}} = e^{-\frac{1000}{5 \cdot 10^4}} = e^{-0,02} = 0,98 \text{ .}$$

$$P(3000) = e^{-\frac{t_2}{T_{cp}}} = e^{-\frac{3000}{5 \cdot 10^4}} = e^{-0,06} = 0,94.$$

$$\lambda = (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) = (0,01 + 0,05 + 0,04 + 3 + 1) \cdot 10^{-6} = 4,46 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$$

Средняя наработка до первого отказа.

$$T_{cp} = \frac{1}{\lambda} = \frac{10^6}{4,46} = 2,24 \cdot 10^5 \text{ ч}$$

Вероятность безотказной работы.

$$P(1000) = e^{-\frac{t}{T_{cp}}} = e^{-\frac{1000}{2,24 \cdot 10^5}} = 0,995$$

$$P(3000) = e^{-\frac{2000}{2,24 \cdot 10^5}} = 0,988$$

$$P(5000) = e^{-\frac{5000}{2,24 \cdot 10^5}} = 0,975$$

### ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Что называется простейшим потоком отказов?
2. Дать определение стационарности.
3. Дать определение ординарности.
4. Объяснить понятие «отсутствие последствия».
5. Что называется простейшим потоком отказов?
6. Как определить вероятность безотказной работы и среднюю наработку на отказ для восстанавливаемых объектов?

**Практическое занятие № 4**  
**ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

**ЦЕЛЬ ЗАНЯТИЯ**

Получить краткие сведения из теории вероятности и на ее основе описать законы надежности.

**СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ**

1. Повторение лекционного материала

1.1. Описать случайное явление, случайное событие, случайную величину

1.2. Простейшее описание случайной величины

1.3. Полное описание случайной величины

1.3.1. Интегральная функция и ее свойства

1.3.2. Дифференциальная функция и ее свойства

Задание.

2.1. Навозоборочный транспортер имеет два электродвигателя, интенсивность отказов которых одинакова и равна  $\lambda = 10^{-2} \text{ч}^{-1}$ , а интенсивность восстановления  $\mu = 0,5 \text{ч}^{-1}$ . При отказе любого из электродвигателей транспортер неработоспособен. При этом исправный двигатель отключается, и в нем не могут происходить отказы. Определить коэффициент готовности электродвигателей транспортера.

2.2. Сравнить между собой наработку до отказа двух неремонтируемых объектов, имеющих функцию надежности, определяемую по формулам

$$P_1(t) = e^{-2,5 \cdot 10^{-3} t} \text{ и } P_2(t) = 0,7 \cdot e^{-(4,1 \cdot 10^{-3} t)} + 0,08 \cdot e^{-(0,22 \cdot 10^{-3} t)}.$$

## ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

### *Описание случайного явления, случайного события, случайной величины*

Надежность электрооборудования зависит от многочисленных, объективных и субъективных факторов. К объективным - относятся воздействие окружающей среды, износ, старение и т. п..

К субъективным факторам относятся факторы, которые зависят от деятельности человека – выбор конструктивного решения при проектировании, выбора режима эксплуатации, организация технического обслуживания и ремонта электрооборудования и т.п.

Зависимость надежности от многочисленных факторов приводит к тому, что появление отказов электрооборудования носит случайный характер. В связи с этим для анализа и контроля надежности используется теория вероятности и математической статистики.

Теория вероятностей – наука, изучающая закономерности случайных явлений.

Случайное явление – такое явление, которое при неоднократном повторении одного и того же опыта (испытания) в одних и тех же условиях, протекает каждый раз не одинаково.

Случайное событие – события, которые в результате проведенного опыта могут произойти или не произойти.

Случайная величина - это такая величина, которая в результате опыта может принять одно из возможных, заранее не известных значений.

Очевидно, показатели безотказности, долговечности, ремонтпригодности, сохраняемости – случайные величины. Так, например, интенсивность восстановления электрооборудования в процессе ремонта зависит от большего числа факторов: квалификации ремонтного персонала, характера отказа, наличии запасных частей, условий ремонта, наличии

технических средств и т. д. Указанные факторы меняются от одного ремонта к другому, и, следовательно, является случайной величиной.

Случайные величины обычно обозначаются прописными буквами латинского алфавита  $X, Y, Z$ , а значения случайной величины записывают строчными буквами  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

Случайные величины могут быть дискретными (прерывными) и непрерывными.

Дискретными случайными величинами называют такие, которые в результате могут принять лишь определенные фиксированные значения. Например, количество электродвигателей после капитального ремонта, не отвечающим требованиям ТУ, может быть только целым положительным числом 1, 2, 3 и так далее, но не может быть 1,7; 2,8 и так далее. Следовательно, количество электродвигателей, не отвечающим ТУ, есть случайная величина дискретного типа.

Непрерывной случайной величиной называется такая, которая в результате испытаний может принять любые численные значения из непрерывного ряда в границах определенного интервала. Например, действительные размеры одинаковых деталей, обрабатываемые на токарном станке, являются случайными величинами непрерывного типа, так как они могут принять любое численное значение в заданных границах.

### *Простейшее описание случайной величины*

Часто при решении практических задач требуется полное описание случайной величины, а достаточно только узнать некоторые числовые характеристики. В теории надежности применяется различные числовые характеристики, которые приведены ниже.

**Размах** (интервал) возможных значений случайной величины. Размах определяется как разность между наибольшими и наименьшими значениями случайной величины:  $R = X_{\max} - X_{\min}$

Для случайной величины  $X=5,10,8,6$  и 11 размах равен  $R = 11 - 5 = 6$ .

Размах указывает лишь на интервал возможных значений случайной величины, поэтому не является эффективной характеристикой.

### Математическое ожидание

Математическим ожиданием дискретной случайной величины называется сумма произведений всех возможных значений случайной величины на вероятности этих значений.

Имеется дискретная случайная величина  $X$ , принимающая значения  $x_1, x_2, \dots, x_n$  с вероятностями  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . Тогда математическое ожидание определяется так:

$$M[X] = \sum_{i=1}^n x_i p_i(x_i) \quad (4.1)$$

$M[X]$  имеет ту же размерность, какую имеет сама случайная величина. Так, если случайная величина – время безотказной работы  $T$ , измеряемая в часах, то и величина  $M[T]$  измеряется в часах.

Для непрерывной случайной величины  $M[X]$  может быть получено следующим образом (рисунок 4.1)

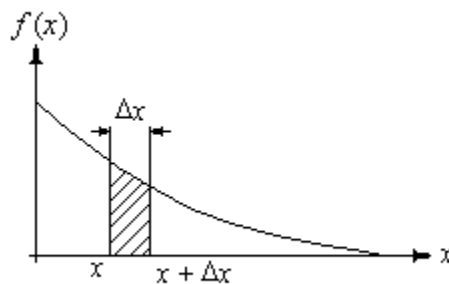


Рисунок 4.1 – Зависимость плотности распределения вероятностей случайной величины

Вероятность того, что случайная величина  $X$  примет значение из одного элементарного участка  $(x, x + \Delta x)$ , равна  $f(x)dx$ .

Если в формуле (4.1) заменить отдельные значения  $x_i$  непрерывно изменяющимися значениям  $x$ , а вероятности  $p_i$  – элементом вероятности



$f(x)dx$  уменьшая длину элементарных промежутков и перехода к пределу, получим:

$$M[X] = \int_0^{\infty} xf(x) \cdot dx, \quad (4.2)$$

где  $f(x)$  плотность распределения вероятностей случайной величины.

### *Среднее арифметическое случайной величины*

Для определения среднего арифметического значения случайной величины  $\bar{X}$  необходимо просуммировать все полученное в опытах значения и разделить на число опытов  $N$ . При этом результаты того или иного опыта можно представить в виде таблицы 4.1.

Таблица 4.1 – Результаты опыта

Значения случайной величины $x_i$	$x_1$	$x_2$	.....	$x_n$
Число случаев повторения значений $x_i$ в опытах $m_i$	$m_1$	$m_2$	.....	$m_n$

Сумма  $(m_1 + m_2 + \dots + m_n)$  случаев повторения значений случайной величины равна числу опытов  $N$ . Тогда среднее арифметическое случайной величины  $\bar{X}$  равно:

$$\bar{X} = \frac{x_1 \cdot m_1 + x_2 \cdot m_2 + \dots + x_n m_n}{N} = x_1 \frac{m_1}{N} + x_2 \frac{m_2}{N} + \dots + x_n \frac{m_n}{N} = \sum_{i=1}^n x_i \frac{m_i}{N} \quad (4.3)$$

Величина  $\frac{m_i}{N}$  представляет собой статистическую вероятность события  $X = x_i$ .

Тогда

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n x_i p_i^* \quad (4.4)$$

При неограниченном увеличении числа опытов ( $N$ ) статистическая вероятность  $p_i^*$  будет сходиться по вероятности к соответствующим вероятностям  $p_i$ . При этом и среднее арифметическое случайной величины

при увеличении числа опытов будет сходиться к ее математическому ожиданию.

Таким образом, математическое ожидание представляет собой - то постоянное для данных условий число, около которого будут колебаться среднее арифметическое, полученное опытным путем.

### *Дисперсия*

Математическое ожидание является важной, но часто недостаточной характеристикой. Оно определяет среднее значение случайной величины, но не характеризует степень «разбросанности» (рассеивания) возможных значений случайной величины около среднего значения. Указанный недостаток не имеет дисперсия случайной величины.

Дисперсией дискретной случайной величины  $X$  называется сумма произведений квадратов отклонений случайной величины  $X$  от ее математического ожидания на соответствующие вероятности.

$$D[X] = \sum_{i=1}^n (x_i - M[X])^2 \cdot p_i \quad (4.5)$$

Чем больше отклонений возможных значений случайной величины от математического ожидания (при тех же вероятностях  $p_i$ ), тем больше будет дисперсия случайной величины. Значит, большие числовые значения дисперсии характеризуют большой разброс значений случайной величины около математического ожидания.

Для непрерывной случайной величины дисперсия определяется так:

$$D[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - M[x])^2 \cdot f(x) dx \quad (4.6)$$

Дисперсия является удобной характеристикой рассеивания, но она имеет размерность квадрата случайной величины. Это обстоятельство лишает данную характеристику наглядности. Поэтому часто используется другая характеристика рассеивания – среднее квадратичное отклонение, которая имеет размерность самой случайной величины.

### *Среднее квадратичное отклонение*

Среднее квадратичное отклонение  $\delta[X]$  случайной величины  $X$  представляет собой положительный квадратный корень из ее дисперсии

$$\delta[X] = \sqrt{D[X]} \quad (4.7)$$

### *Полное описание случайной величины*

При решении некоторых практических задач достаточно упрощенное описание случайной величины. Но при решении сложных задач требуется полное описание случайной величины.

Полное описание случайной величины осуществляют законы распределения, устанавливающие связь между конкретными значениями случайной величины и вероятностью ее появления.

Каждый закон распределения характеризуется двумя функциями: интегральной и дифференциальной.

### *Интегральная функция и ее свойства*

Интегральной функцией распределения случайной величины  $X$  называется функция аргумента  $x_i$ , равная вероятности того, что случайная величина примет любое значение, меньше  $X$ .

Если  $X$  случайная величина и выберем на числовой оси точку с координатой  $x$ , то для каждого числа  $x$  в диапазоне случайной величины  $X < x$  существует вероятность  $P(X < x)$ , то есть  $X$  не превосходит  $x$ . Очевидно, что указанная вероятность  $P(X < x)$  является функцией  $x$ . Обозначим ее через  $F(x)$ , тогда  $F(x) = P(X < x)$  называют интегральной функцией.

Если  $X$  дискретная случайная величина, то интегральная функция будет иметь вид:

$$F(x) = \sum P(X = x_i) \quad (4.8)$$

Интегральная функция дискретной случайной величины разрывная и возрастает скачками при переходе возможных значений дискретной случайной величины (рисунок 4.2)

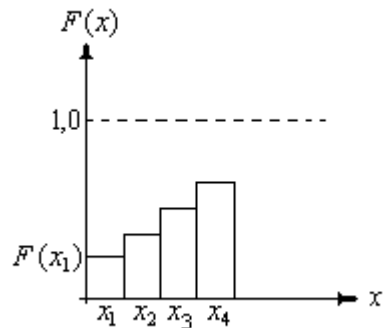


Рисунок 4.2 - Интегральная функция дискретной случайной величины

Таким образом, совокупность вероятностей всего ряда значений данной дискретной величины выражается в виде ступенчатой функции распределения вероятностей.

Если представить, что число возможных значений дискретной случайной величины бесконечно возрастает, а промежутки между ними становятся все меньше и меньше, то в пределе получим непрерывную интегральную функцию  $F(x)$  (рисунок 4.3).

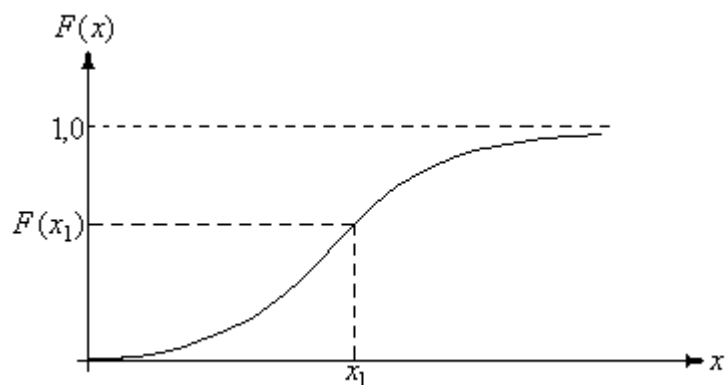


Рисунок 4.3 - Интегральная функция непрерывной случайной величины

Интегральная функция имеет следующие свойства.

1. Интегральная функция  $F(x)$  положительная функция:  $0 \leq F(x) \leq 1$

2. Вероятность появления случайной величины в интервале  $(\alpha - \beta)$  равна разности значений функции распределения в концах интервала (рисунок 4.4), то есть.

$$P(\alpha \leq x \leq \beta) = F(x = \beta) - F(x = \alpha)$$

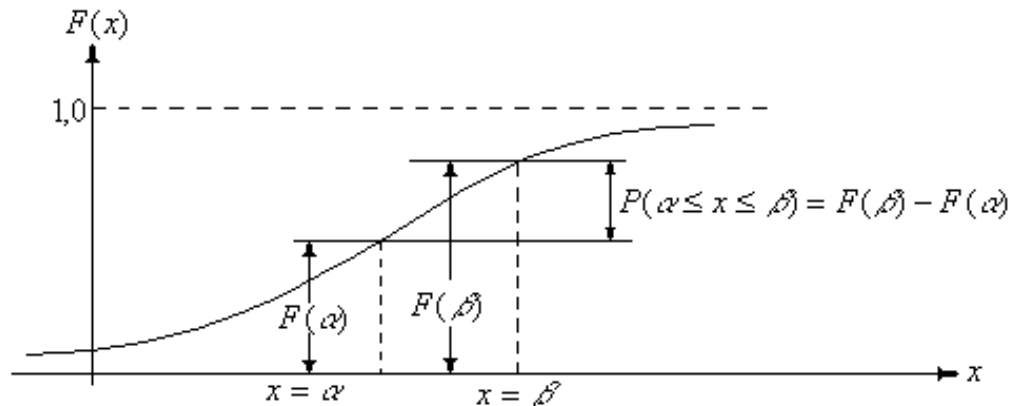


Рисунок 4.4 - Вероятность попадания случайной величины в интервале  $\alpha - \beta$

3. Интегральная функция случайной величины – неубывающая функция, то есть если  $\beta < \alpha$ , то  $F(x = \beta) > F(x = \alpha)$ .

4. При  $x = -\infty$  интегральная функция равна 0, а при  $x = +\infty$  интегральная функция равна 1,0, то есть  $F(-\infty) = 0, F(+\infty) = 1,0$

Применительно к показателям безотказности и долговечности функция  $F(x)$  характеризует количество отказавших машин или число отказов от начала эксплуатации до заданной наработки, а функция  $P(x)$  - безотказность, то есть:  $F(x) = Q(x)$ , то  $P(x) = 1 - F(x)$ .

### *Дифференциальная функция и ее свойства*

Дифференциальная функция имеет смысл только для непрерывных случайных величин.

Вычислим вероятность попадания некоторой случайной величины  $X$  на участок от  $x$  до  $x + \Delta x$ , где  $\Delta x$  незначительное приращение

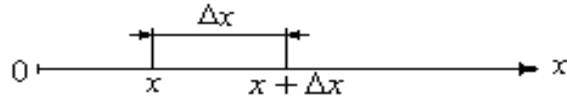


Рисунок 4.5 – К определению дифференциальной функции

В соответствии со свойством интегральной функции (пункт 2) можно написать

$$P(x \leq x \leq x + \Delta x) = F(x + \Delta x) - F(x)$$

Возьмем отношение этой вероятности к длине участка  $\Delta x$  и устремить длину участка  $\Delta x$  к нулю, то в пределе получим функцию или плотность распространения случайной величины (плотность вероятности)

$$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} \quad (4.9)$$

Правая часть равенства представляет с собой производную от интегральной функции:

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = F'(x) \quad (4.10)$$

Поэтому функцию  $f(x)$  также называют дифференциальным законом распределения случайной величины  $X$ .

Дифференциальная функция приведена на рисунке 4.6

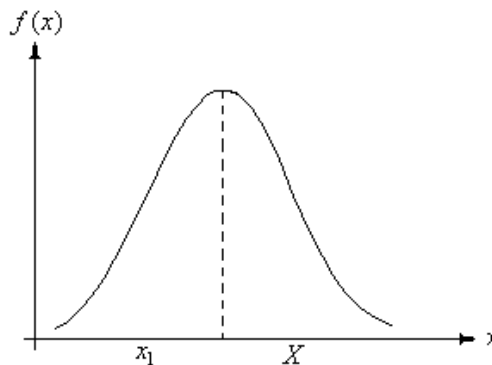


Рисунок 4.6 - Дифференциальная функция

### Свойства дифференциальной функции

1. Дифференциальная функция всегда положительна, то есть  $f(x) \geq 0$

Это свойство возникает из того, что плотность распределения есть производная от неубывающей функции распределения случайной величины.

2. Интегральная функция случайной величины  $X$  равна интегралу от плотности распределения в интервале от  $-\infty$  до  $x$ , то есть.

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx$$

3. Вероятность попадания непрерывной случайной величины  $x$  на участок  $\alpha - \beta$  равна интегралу от плотности распределения, взятому по этому участку (рисунок 4.7):

$$P(\alpha \leq X \leq \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$$

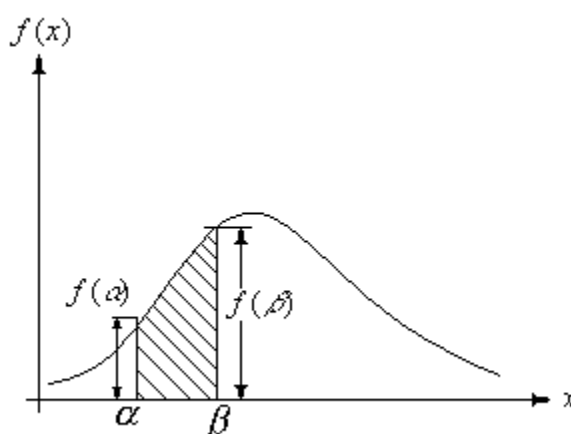


Рисунок 4.7 - Вероятность попадания случайной величины на участок  $\alpha - \beta$

4. Интеграл в бесконечных пределах от плотности распределения равен 1,0:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

5. Плотность распределения имеет размерность, обратную размерности случайной величины:

$$[f(x)] = \frac{1}{[x]}$$

## Выполнение задания по теме занятия

2.1. Трудозатраты на ТО и ТР:

$$T_{ТР} = n_{ТР} \cdot t_{ТР} \cdot 2 = 1 \cdot 3 \cdot 2 = 6 \text{ чел.} - \text{ч.}$$

$$T_{ТО} = n_{ТО} \cdot t_{ТО} \cdot 2 = 7 + 0,5 \cdot 2 = 7 \text{ чел.} - \text{ч}$$

Коэффициент технического использования

$$K_{ТИ} = \frac{T_{\Sigma}}{T_{\Sigma} + T_{ТР} + T_{ТО}} = \frac{200}{200 + 6 + 7} = 0,94$$

## ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Какими характеристиками осуществляется простейшее вероятностное описание случайной величины?
2. Дать определение дискретной случайной величины.
3. Дать определение непрерывной случайной величины.
4. Что называется размахом?
5. Что называется математическим ожиданием?
6. Что называется дисперсией?
7. Интегральная функция и ее свойства.
8. Дифференциальная функция и ее свойства.



**Практическое занятие №5**  
**ВЕРОЯТНОСТНОЕ ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ**  
**СИСТЕМ**

**ЦЕЛЬ ЗАНЯТИЯ**

Изучить вероятностное описание показателей надежности

**СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ**

1. Повторение лекционного материала

1.1. Вероятность безотказной работы

1.2. Интенсивность отказов

1.3. Нарботка на отказ

2. Задание

2.1. Система состоит из 100 функционально необходимых равнонадёжных элементов. Определить, какой величиной интенсивности отказов должны обладать элементы, чтобы вероятность безотказной работы системы за 100 ч была бы не менее 0,9.

2.2. В результате наблюдения за работой 1000 электродвигателей в течение 10000 ч было получено значение  $\lambda = 0,8 \cdot 10^{-4}$  1/час. Закон распределения отказов экспоненциальный, среднее время ремонта электродвигателей равно 4,85 ч. Определить вероятность безотказной работы, среднюю наработку на отказ, коэффициент готовности и коэффициент оперативной готовности.

**ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ**

На практике показатели надежности обычно определяют по статистическим данным. Для использования этого метода необходимо наличие статистических данных об отказах электрооборудования (наработка до отказа, времени восстановления и другое). Эти результаты получают в результате постановки эксперимента или по материалам эксплуатации.

Известно, что надежность электрооборудования зависит от многочисленных факторов. Поэтому показатели надежности являются случайными величинами. На практике при изучении случайных величин используют теорию вероятностей. Определим показатели надежности как вероятности случайных величин.

### *Вероятность безотказной работы*

По статистическим данным частота отказов определяется формулой:

$$f(t) = \frac{n(t)}{N_0 \Delta t} \quad (5.1)$$

Если рассматривать  $f(t)$  как непрерывную функцию и при этом устремить интервал времени  $\Delta t$  к нулю, то частота отказов можно записывать в виде:

$$f(t) = \frac{dn(t)}{N_0 dt} \quad (5.2)$$

Продифференцируем формулу вероятности безотказной работы, определяемая по статистическим данным  $P(t) = 1 - \frac{n(t)}{N_0}$ .

$$\frac{dP(t)}{dt} = -\frac{dn(t)}{N_0 dt} \quad (5.3)$$

Сравнивая выражение (5.1) и (5.3), получим:

$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt} = \frac{dQ(t)}{dt} \quad (5.4)$$

Вероятностное описание показывает, что частота отказов  $f(t)$  представляет собой плотность вероятности отказов и является производной по времени от вероятности отказов  $\frac{dQ(t)}{dt}$  или производной от вероятности безотказно работы, взятую с обратным знаком.

Если функция аналитически известна, то площадь под кривой  $f(t)$  до какого – то фиксированного значение  $t$  численно равна  $Q(t)$ , а от  $t$  до  $\infty - P(t)$ .

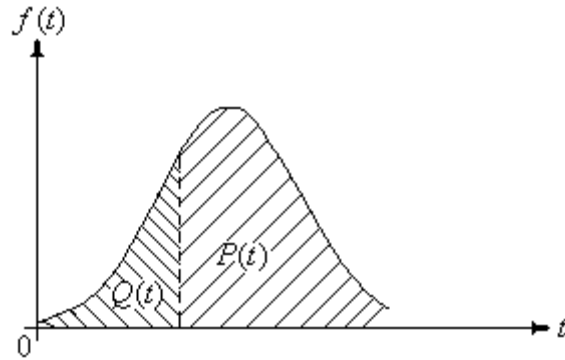


Рисунок 5.1 - Графическое определение  $P(t)$  и  $Q(t)$

Вероятность отказа можно получить интегрированием уравнение (5.4) в пределах от 0 до  $t$ . Тогда после интегрирования находим:

$$Q(t) = \int_0^t f(t)dt \quad (5.5)$$

Вероятность безотказной работы будет равна:

$$P(t) = 1 - Q(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt = \int_0^{\infty} f(t)dt - \int_0^t f(t)dt = \int_t^{\infty} f(t)dt \quad (5.6)$$

### *Интенсивность отказов*

Вероятностное описание интенсивности отказов выполним в той же последовательности. По статистическим данным интенсивность отказов определяется формулой:

$$\lambda(t) = \frac{n(t)}{N(t)\Delta t} \quad (5.7)$$

Если предположить, что функция  $\lambda(t)$  непрерывна, а  $\Delta t$  стремится к нулю  $\Delta t \rightarrow 0$ , то:

$$\lambda(t) = \frac{dn(t)}{N(t)dt} \quad (5.8)$$

$$\text{Но } N_0 = N_0 - N_0Q(t) = N_0[1 - Q(t)] = N_0P(t) \quad (5.9)$$

Подставив значение (5.9) в формулу (5.8), получим:

$$\lambda(t) = \frac{dn(t)}{N_0P(t)dt} \quad (5.10)$$

В выражении (5.10)  $\frac{dn(t)}{N_0 dt} = f(t)$ , то окончательно получим:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} \quad (5.11)$$

или:

$$P(t) = \frac{f(t)}{\lambda(t)} \quad (5.12)$$

Из формулы (5.12) следует, что  $\lambda(t) = f(t)$  только при условии, что к рассматриваемому моменту времени все элементы работали исправно, то есть  $t = 0, P(t) = 1$ .

Из формулы (5.12) также видно, что  $f(t) \leq \lambda(t)$ , так как  $P(t) \leq 1$ .

Формула (5.11) указывает, что интенсивность отказов  $\lambda(t)$  является функцией времени работы электрооборудования. С точки зрения теории вероятности интенсивность отказов есть падение надежности со скоростью приведенной вероятностью.

### *Наработка на отказ*

Наработка на отказ  $T_0$  определяется как математическое ожидание случайного времени  $T$  безотказной работы.

$$T_0 = M[t] = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} t dQ(t) = - \int_0^{\infty} t dP(t) \quad (5.13)$$

Если принять правило интегрирования по частям и произвести замену переменных:  $t = u, d_u = dt, dP(t) = dV; P(t) = V$  получим:

$$\int_0^{\infty} U dV = UV \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} V dU .$$

Тогда

$$T_0 = -tP(t) \Big|_0^{\infty} = \int_0^{\infty} P(t) dt = \int_0^{\infty} P(t) dt \quad (5.14)$$

Первое слагаемое в выражении (5.14) при нижнем пределе интегрирования равно нулю, так как  $P(0) = 1$ , а  $t = 0$ ; при верхнем тоже равно нулю, так как  $P(t \rightarrow \infty)$  быстрее стремится к нулю, чем  $t \rightarrow \infty$ .

Тогда окончательно получим:

$$T_0 = \int_0^{\infty} P(t) dt \quad (5.15)$$

Вероятностное описание показывает, что наработка на отказ представляет собой площадь, ограниченную функцией  $P(t)$  и осями координат. Что иллюстрируется рисунком 5.2

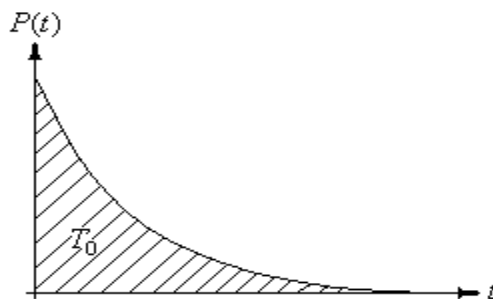


Рисунок 5.2 - Физическая интерпретация наработки на отказ

### Выполнение задания по теме занятия

2.1.  $P(t) = e^{-N\lambda t} \approx 1 - N\lambda t$

Подставляя исходные данные в полученное выражение, получим:

$$0,9 = 1 - 100 \cdot 100\lambda ; \text{ отсюда } -\lambda = \frac{1 - 0,9}{10^4} = 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$$

### ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Описать вероятность безотказной работы как вероятность случайной величины.
2. Графическое определение  $P(t)$  и  $Q(t)$
3. Вероятностное описание частоты отказов.
4. Вероятностное описание интенсивности отказов.
5. Вероятностное описание наработки на отказ.

**Практическое занятие № 6**  
**ТИПОВЫЕ ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ**  
**ВЕЛИЧИН**

**ЦЕЛЬ ЗАНЯТИЯ**

Изучить типовые законы распределения

**СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ**

1. Повторение лекционного материала

1.1. Основной закон надежности

1.2. Упрощенная и линейная форма основного закона

1.3. Закон распределения Вейбулла

1.4. Экспоненциальный закон распределения

1.5. Нормальный закон распределения

2. Задание.

2.1. Нарботка до отказов щита управления электрооборудования подчинена экспоненциальному закону с интенсивностью отказов  $\lambda(t) = 1.3 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$ . Определить количественные характеристики надежности  $P(t)$ ,  $f(t)$  и  $T_0$  в течение года.

2.2. Предприятие по капитальному ремонту электрических машин гарантирует вероятность безотказной работы электродвигателей после ремонта 0,8 в течении наработки 9000ч.. Определить  $\lambda(t)$  и  $T_{cp}$  электродвигателя при длительной эксплуатации.

2.3. Определить какой должна быть наработка до отказа электрической машины, имеющий экспоненциальный закон надежности, чтобы вероятность безотказной работы была 0,9 в течение наработки 10 000ч.

## ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

### *Основной закон надежности*

Теория вероятностей позволяет установить аналитическую связь между основными параметрами надежности. Математическое описание этой зависимости называют основным законом надежности.

Из определения интенсивности отказов и плотности распределения случайной величины получим дифференциальное уравнение для произвольной функции распределения:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}; f(t) = -\frac{dP(t)}{dt}; \lambda(t) = -\frac{dP(t)}{P(t) \cdot dt} \quad (6.1)$$

Разделим переменные  $\frac{dP(t)}{P(t)} = -\lambda(t)dt$  и проинтегрируем в пределах от 0 до какого-то фиксированного значения  $t$ :

$$\int_0^t \frac{dP(t)}{P(t)} = -\int_0^t \lambda(t)dt \quad (6.2)$$

Интеграл от левой части равен натуральному логарифму подынтегральной функции. После подстановки верхнего и нижнего пределов интегрирования в левую часть формулы (6.2) получим:

$$\ln P(t) - \ln P(0) = -\int_0^t \lambda(t)dt .$$

В этой формуле  $P(0) = 1$ , поэтому  $\ln 1 = 0$ .

$$\ln P(t) = -\int_0^t \lambda(t)dt .$$

Откуда по определении натуральных логарифмов имеем:

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} \quad (6.3)$$

Выражение (6.3) устанавливает связь вероятности безотказной работы с интенсивностью отказов и продолжительностью эксплуатации и имеет огромное значение в теории надежности. Это основной закон надежности (первая форма его записи).

Согласно (6.3) вероятность безотказной работы есть обратная убывающая функция. Только для нового изделия  $P(t)=1$ , а далее  $P(t)$  убывает.

Второй формой записи основного закона надежности является

$$P(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt = \int_t^{\infty} f(t)dt \quad (6.4)$$

#### *Упрощенная и линейная форма основного закона надежности*

Хотя вероятность безотказной работы в уравнении (6.3) зависит только от двух параметров, а именно, интенсивности отказов и продолжительности эксплуатации электрооборудования, его применение на практике имеет определенные сложности. Поэтому основной закон надежности используют в упрощенном варианте.

Действительно, интенсивность отказов в течение всей «жизни» электрооборудования не остается постоянной. Высокую вероятность отказа оно имеет в начальный период эксплуатации (период приработки) и в период нормальной эксплуатации она стабилизируется и устанавливается на постоянном уровне. В конце «жизни» электрооборудования (период износа) она опять увеличивается. Причем период нормальной эксплуатации по длительности значительно больше, чем периоды приработки и износа. Поэтому в период нормальной эксплуатации интенсивность отказа принимают постоянной, т.е.  $\lambda(t) = \lambda = const$ . Тогда вероятность безотказной работы при этих условиях из уравнения (6.3) находим:

$$P(t) = e^{-\lambda t} \quad (6.5)$$

Это экспоненциальная форма основного закона надежности.

При  $\lambda = const$  наработка на отказ определяется из выражения:

$$T_0 = \int_0^{\infty} P(t)dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda} \quad (6.6)$$



Вероятность безотказной работы:

$$P(t) = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{t}{T_0}} \quad (6.7)$$

В отдельных эксплуатационных ситуациях, когда электрооборудование имеет высокую надежность ( $\lambda \rightarrow 0$ ) или используется в течение малого промежутка времени ( $t \rightarrow 0$ ), можно провести дальнейшее упрощение основного закона и использовать не экспоненциальную, а линейную форму основного закона надежности. Для вывода такой зависимости разложим (6.5) в степенной ряд:

$$P(t) = e^{-\lambda t} = 1 - \lambda t + \frac{\lambda t^2}{2!} - \frac{\lambda t^3}{3!} + \dots$$

Пренебрегая членами высшего порядка малости, получим линейную форму

$$P(t) = 1 - \lambda t \quad \text{или} \quad P(t) = 1 - \frac{t}{T_0} \quad (6.8)$$

На рисунке 6.1 показан график изменения  $P(t)$ .

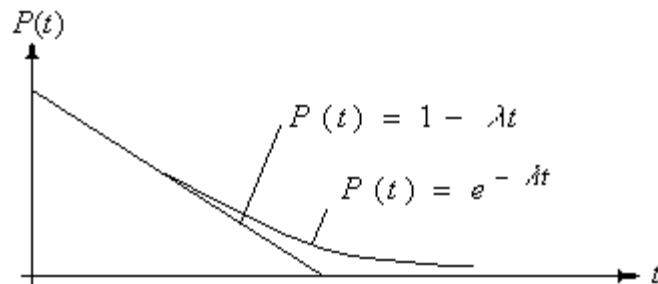


Рисунок 6.1 - График изменения  $P(t)$

Анализ показал, что для изделий, имеющих  $\lambda t < 0,2$ , погрешность расчета по линейной форме не превышает 5% по сравнению с экспоненциальной формой (6.7).

### *Закон распределения Вейбулла*

Возникновение отказов электрооборудования в период приработки подчиняются распределению Вейбулла.

Закон распределения Вейбулла применяют:

- для определения характеристик рассеивания сроков службы отдельных деталей и узлов электрооборудования;
- для определения характеристик рассеивания между эксплуатационными отказами.

Основные параметры безотказности при этом распределении определяются так

Вероятность безотказной работы.

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t^k}.$$

Интенсивность отказов.

$$\lambda(t) = \lambda_0 \cdot k \cdot t^{k-1} \quad (6.9)$$

Частота отказов.

$$f(t) = \lambda_0 \cdot k \cdot t^{k-1} \cdot e^{-\lambda_0 t^k}$$

Средняя наработка на отказ.

$$T_{\text{ср}} = \frac{\Phi\left(\frac{1}{k} + 1\right)}{\lambda_0^{1/k}},$$

где  $k$  – параметр формы кривой:  $\lambda_0$  – параметр, определяющий масштаб:

$\Phi\left(\frac{1}{k} + 1\right)$  – функция, определяющая по таблице по значению  $\frac{1}{k} + 1$ .

На рисунке 6.2 представлены характеристики, построенные по уравнениям (6.9)

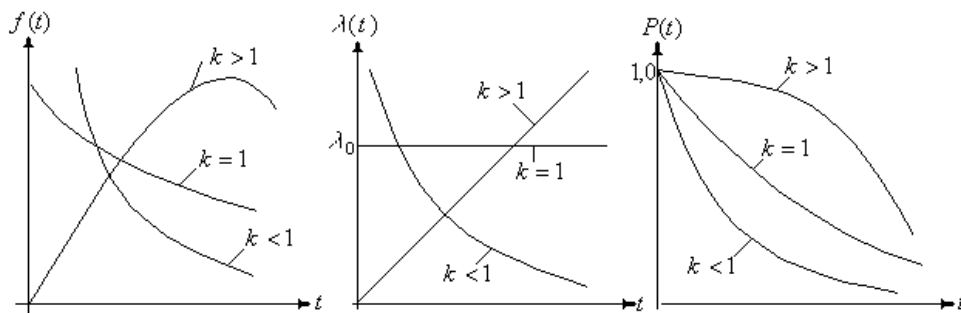


Рисунок 6.2 - График изменения характеристик распределения Вейбулла

При значении  $k=1$  распределение Вейбулла превращается в экспоненциальное распределение, при  $k>1$  интенсивность отказов начинается с нуля и возрастает с течением времени. При  $k<1$  интенсивность отказов начинается с  $c+\infty$  и с течением времени стремится к 0.

Таким образом, в зависимости от значения  $k$  вид характеристик распределения может быть самым различным.

Для того, чтобы пользоваться этим законом при оценки показателей надежности, необходимо определять параметры  $\lambda_0$  и  $k$  по данным опытной информации.

### Экспоненциальный закон распределения

Для второго периода эксплуатации (период нормальной эксплуатации) допустимо принять  $\lambda(t) = \lambda_{cp} = \lambda = const$ . Тогда основные показатели безотказности можно представить в следующем виде:

$$P(t) = e^{-\lambda t}$$

$$Q(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda t}$$

$$T_0 = \frac{1}{\lambda}$$

Выражение  $P(t) = e^{-\lambda t}$  получило название экспоненциального закона надежности.

Характеристики надежности при экспоненциальном законе распределения приведены на рисунок 6.3.

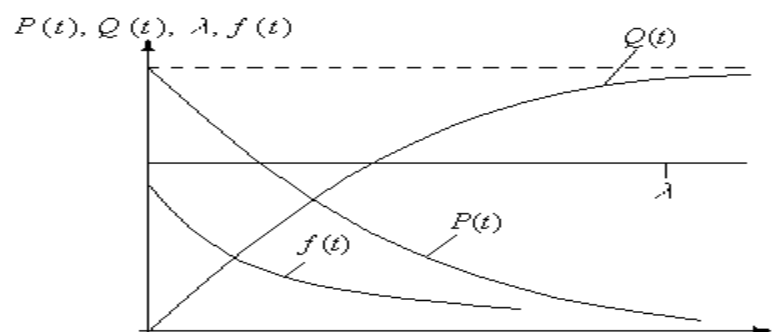


Рисунок 6.3 - Характеристики экспоненциального распределения

Этот закон нашел широкое применение на практике, во-первых, потому, что с достаточной инженерной точностью соответствуют действительному изменению  $P(t)$  в период эксплуатации, во-вторых, потому, что достаточно просто связывает основной показатель надежности  $\lambda$  с другими показателями.

График  $P(t)$  (рисунок 6.3) представляет собой экспоненту с начальными условиями  $P(0) = 1$ ,  $P(\infty) = 0$  и параметром  $\lambda_{cp} = \lambda$ .

Если время работы электрооборудования равна средней наработке на отказ, то есть  $t = T_0$ , то вероятность безотказной работы будет иметь значение

$$P(T_0) = e^{-\frac{T_0}{T_0}} = e^{-1} = \frac{1}{e} \approx 0,37$$

Это значит, что наработка на отказ равна времени, в течении которого значение  $P(t)$  уменьшается до величины, равной 0,37. Этот вывод дает возможность определить  $T_0$  непосредственно по графику (рисунок 6.4)

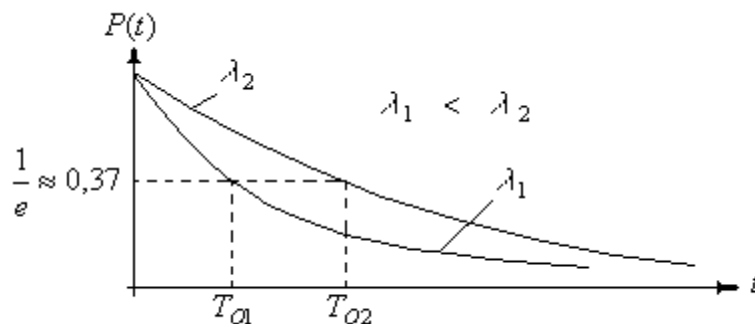


Рисунок 6.4 - График изменения  $P(t)$  при экспоненциальном законе надежности

Анализ закона показывает, что для обеспечения высокой вероятностей безотказной работы устройства в течение заданного времени, необходимо, чтобы его  $T_0$  значительно превышала заданное время его безотказной работы ( $t$ ). Если  $t = T_0$ , то в большинстве случаев  $P(t)$  будет составлять всего лишь 0,37, то есть 37 изделий из 100 проработают в течение заданного времени безотказно. При превышении средней наработки до отказа заданного

времени безотказной работы в 10 раз,  $P(t)$  возрастает до 0,9, а в 20 раз – до 0,99.

Для экспоненциального закона  $\lambda = const$  характерно то, что во втором периоде эксплуатации отказы наступают примерно через равные по длительности промежутки времени. Если имеются на руках конкретные данные (опытные или статистические данные) об интенсивности отказов для данного типа электрооборудования, можно прогнозировать отказы для любого промежутка времени работы электрооборудования.

Основным свойством экспоненциального закона является независимость  $P(t)$  электрооборудования в будущем от наработки до начала рассматриваемого интервала, то есть  $P(t)$  не зависит от того, сколько уже электрооборудование работало до этого времени.

#### *Нормальный закон распределения*

Он применяется для описания постепенных отказов для третьего периода эксплуатации электрооборудования, когда наступает износ и старение. Такое распределение случайных величин получается в том случае, когда на электрооборудование воздействует ряд случайных факторов, каждый из которых оказывает незначительное влияние на суммарное значение отклонения величины от ее среднего значения. При этом ни один из случайных факторов не имеет решающего значения.

Кривая нормального распределения описывается следующим уравнением:

$$f(x) = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{X})^2}{2\delta^2}}, \quad (6.10)$$

где  $\delta$  – среднее квадратное отклонение случайных величин;  $x$  – независимая переменная;  $\bar{X}$  - среднее значение нормального распределения.

Кривая нормального распределения имеет симметричный колоколообразный вид. Если изменить положение центра рассеивания, не

изменяя характер рассеивания ( $\delta$ ), то кривая распределения будет смещаться вдоль оси времени (рисунок 6.5, а).

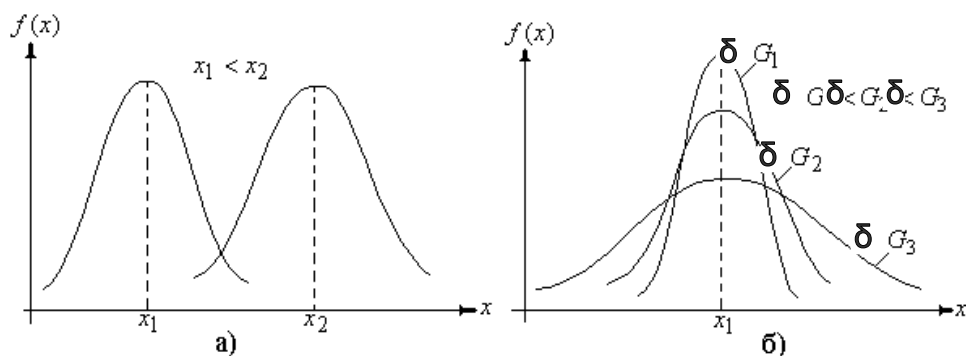


Рисунок 6.5 - Дифференциальные кривые нормального распределения при изменении параметров распределения

Параметр  $\delta$  характеризует форму кривой распределения. Чем больше распределение (больше  $\delta$ ), тем меньше ордината кривой. Увеличение  $\delta$  приводит к «растягиванию» кривой вдоль оси абсцисс.

Основные показатели нормального распределения приведены ниже.

$$P(t) = \frac{1 - \Phi\left(\frac{t - T_p}{\delta\sqrt{2}}\right)}{1 + \Phi\left(\frac{T_p}{\delta\sqrt{2}}\right)} ; Q(t) = 1 - P(t)$$

$$\lambda(t) = \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi}}}{\delta \left[ 1 - \Phi\left(\frac{t - T_p}{\delta\sqrt{2}}\right) \right]} \cdot e^{-\frac{(t - T_p)^2}{2\delta^2}} \quad (6.11)$$

$$f(t) = \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi}}}{\delta \left[ 1 + \Phi\left(\frac{T_p}{\delta\sqrt{2}}\right) \right]} \cdot e^{-\frac{(t - T_p)^2}{2\delta^2}}$$

$$T_{cp} = T_p + \frac{\delta \sqrt{\frac{2}{\pi}}}{\left[ 1 + \Phi\left(\frac{T_p}{\delta\sqrt{2}}\right) \right]} \cdot e^{-\frac{T_p^2}{2\delta^2}},$$

где  $T_p$  и  $\delta$  – среднее значение долговечности устройства и среднее квадратичное отклонение времени между отказами;  $\Phi$  – интеграл вероятности (определяется по таблице).

На рисунке 6.6 представлены кривые, полученные по уравнениям (6.11)

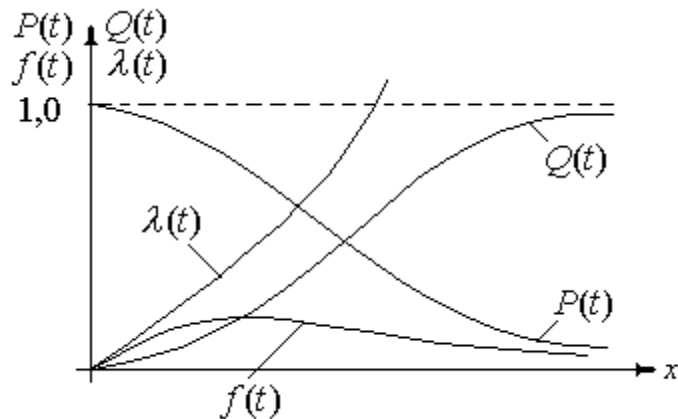


Рисунок 6.6 - Кривые показателей нормального распределения

Как видно (рисунок 6.6), интенсивность отказов  $\lambda(t)$  сильно возрастает с течением времени. Это означает, что имеет место старение и износ частей электрооборудования. В начальный период времени электрооборудование работает устойчиво в течении небольшого промежутка времени, когда износ некоторых его частей еще не проявляется, вероятность безотказной работы  $P(t)$  убывает незначительно. Однако при продолжительной работе электрооборудования надежность его значительно снижается из-за износа его частей.

Характерной особенностью нормального распределения является  $T_0$ , что случайная величина  $x$  находится в пределах  $\pm 3\delta$  (рисунок 6.7)

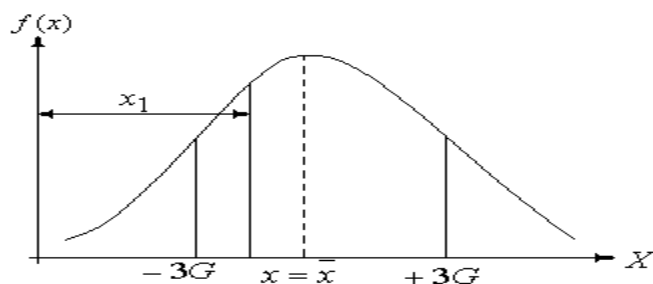


Рисунок 6.7 - Кривая нормального распределения

То есть вероятность того, что случайная величина  $x$  лежит в пределах  $\pm 3\delta$  и близка к 1,0 (точнее к 0,9973). Другими словами, при нормальном распределении весь возможный разброс значений случайной величины практически заключен в интервале:  $\bar{X} - 3\delta \leq x \leq \bar{X} + 3\delta$

### Выполнение задания по теме занятия

2.1.

$$P(t) = e^{-\lambda t}; P(8760) = e^{-1,3 \cdot 10^{-5} \cdot 8760} = 0,89$$

$$f(t) = \lambda(t) \cdot P(t) = 1,3 \cdot 10^{-5} \cdot 0,89 = 1,16 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$$

$$T_0 = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1,3 \cdot 10^{-5}} = 76923 \text{ ч}$$

### ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Дайте определение основного закона надежности.
2. Привести упрощенную и линейную форму основного закона надежности.
3. Какой вид имеют функции распределения?
4. Описать график изменения характеристик распределения Вейбулла.
5. Чем характеризуется основной закон надежности при экспоненциальном распределении?
6. Для какого периода эксплуатации электрооборудования применяется нормальный закон распределения?



**Практическое занятие № 7**  
**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ И ПРОСТЕЙШИЕ МЕТОДЫ**  
**РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ**  
**ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ**

**ЦЕЛЬ ЗАНЯТИЯ**

Изучить типовые законы распределения

**СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ**

1. Повторение лекционного материала

1.1. Классификация методов определения показателей надежности

1.2. Экспериментальный метод определения показателей надежности

1.3. Простейший метод определения показателей надежности

1.4. Преимущества и недостатки указанных методов

2. Задание

2.1. Испытать приборы на надежность, для этого определить число приборов, устанавливаемых под наблюдение, чтобы с доверительной вероятностью  $\beta = 0,8$  относительная ошибка  $\delta$  не превышала 0,1. Закон распределения наработок до отказа – экспоненциальный. Коэффициент вариации  $\gamma = 1,0$ .

2.2. В эксплуатацию принято  $N = 100$  электродвигателей с вероятностью безотказной работы  $P(t) = 0,9$  за 10 000 часов наработки. Необходимо определить ожидаемое число отказавших двигателей за 1 год эксплуатации при использовании оборудования в течение 1000 часов в год.

2.3. Приемный пункт по ремонту электробытовой аппаратуры получает в среднем 5 заявок на ремонт в день (8ч.). Какова вероятность того, что за 1ч. он получит 2 заявки?

## ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

### *Классификация методов расчета показателей надежности*

Теория надежности определяет общие закономерности изменения эксплуатационных свойств оборудования. Эти закономерности имеют важное значение для решения общих задач, связанных с выбором схем электроустановок, режимов их использования, стратегии обслуживания и так далее. Для решения инженерных задач по определению причин возникновения отказов, трудоемкости технического обслуживания и затрат на устранения отказов, выявлению влияний условий и режимов эксплуатации на надежность оборудования и тому подобное, необходимо иметь численные значения показателей надежности.

Основной закон надежности устанавливает связь между тремя показателями. Если известны два из них, то третий легко определяется из этого закона. Есть и другие, позволяющие определить эти показатели.

Для расчета показателей надежности разработаны разнообразные методы. Классификация методов еще не сформирована [1]. Для учебных целей с целью упрощения рассмотрения методов расчета предлагается следующая классификация: 1 - экспериментальный метод расчета; 2 - простейший метод ; 3 - коэффициентный метод ; 4 - метод структурных схем; 5 - метод математического моделирования.

### *Экспериментальный метод определения показателей надежности*

Сущность экспериментального метода заключается в проведении исследовательских испытаний на надежность. В результате собирается полная информация о надежности электрооборудования в процессе эксплуатации и на основе полученных результатов определяют фактические показатели безотказности, долговечности, ремонтпригодности исследуемого оборудования.

Порядок проведения испытаний надежности следующий:

1. Определение причины возникновения отказов электрооборудования.

2. Выбор показателей надежности, оценка значений которых должна считаться основной целью испытаний.

Как правило, посредством определения одного показателя надежности нельзя составить полное представление о надежности изделия. Для этого требуется ряд показателей:  $P(t)$ ,  $\lambda(t)$ ,  $T_0$  и так далее.

3. Выбор внешних условий испытаний.

Выбор внешних испытаний в полной мере должен учитывать те особенности, в которых впоследствии придется работать оборудованию (температура, влажность, качество напряжения и так далее). Внешние условия могут оказать исключительно сильное влияние на характер показателей надежности.

4. Определение порядка (плана) проведения испытаний.

Проведение испытаний может быть организовано многими путями. В зависимости от тех правил, в соответствии с которыми будут проводиться испытания, говорят о том или ином плане их проведения. План испытаний должен включать в себя ряд указаний, в частности, количество электрооборудования, которое необходимо поставить на испытание; когда производить проверку в ходе испытаний; заменить или не заменить отказавшие изделия; когда прекращать испытания или же добавить новые для продолжения испытаний и так далее. По этим признакам выделим несколько планов, например  $[NUN]$ ;  $[NUT]$ ;  $[NUr]$ ;  $[NRT]$ ;  $[NRr]$  и так далее. Где  $N$  – число изделий поставленных на испытание;  $U$  – планы, в которых отказавшие изделия не заменяются новыми;  $T$  – устанавливаемая продолжительность испытаний;  $r$  – число отказов, до возникновения которых ведутся испытания;  $R$  – план, в которых отказавшие изделия заменяются новыми или ремонтируются. Например, план испытаний  $[NUN]$  означает, что испытаниям подлежат  $N$  объектов, отказавшие изделия в ходе испытаний не

заменяются и не восстанавливаются, испытания прекращают, когда число отказавших объектов достигнет  $N$ .

5. Определение объема выборки. Объем выборки производится в следующей последовательности:

- задаются допустимой относительной погрешностью эксперимента  $\delta$ ;
- выбирают величину доверительной вероятности  $\beta$ ;
- задаются ожидаемой величиной коэффициента вариации  $\sigma$ ;
- выбирают изучаемые показатели надежности;
- устанавливают закон распределения изучаемого показателя;
- по вышеприведенным данным, используя специальные таблицы или расчетным путем определяют минимальное число объектов наблюдений  $N$ .

6. Проведение испытаний.

7. Обработка результатов испытаний.

#### *Простейший метод определения показателей надежности*

Этот метод основывается на применении основного закона надежности, а именно, используется упрощенная или линейная форма записи основного закона.

$P(t) = e^{-\lambda t}$  - упрощенная форма записи основного закона надежности, когда  $\lambda(t) = const$ ;  $P(t) = 1 - \lambda t$  - линейная форма записи основного закона.

В этих выражениях по известным значениям интенсивности отказов  $\lambda$  и времени работы электрооборудования определяют  $P(t)$ . В зависимости от условий задачи, преобразуя вышеуказанное выражение, определяют  $\lambda$  или  $T_0$

$$\lambda t = 1 - P(t); \lambda = \frac{1 - P(t)}{t};$$

$$T_0 = \frac{1}{\lambda}$$

### Преимущества и недостатки приведенных методов расчета

Экспериментальный метод имеет свои преимущества и недостатки. Преимуществом является то, что это единственный способ получения объективной информации о надежности, учитывающий практически все факторы влияния на надежность изделия в процессе эксплуатации.

Основным недостатком этого метода является длительность проведения испытаний, и большие затраты на проведение испытаний. В настоящее время на практике используются методы ускоренных испытаний.

Простейший метод расчета прост в применении, но он используется только для расчета показателей надежности в период нормальной эксплуатации, когда интенсивность отказов принимается постоянной ( $\lambda = const$ ). Он также не учитывает условия эксплуатации и имеет определенную погрешность.

### Выполнение задания по теме занятия

2.1. Принимаем  $\beta = 0,80; \delta = 0,1; \sigma = 1,0$ .

Предусматриваем план испытаний  $[NUT]$ ; используя (3, таблицу 3.4) находим  $N=100$  и установим указанное количество испытаний на испытание.

В таблице приведена выборка результатов испытаний:

$\Delta t, ч$	$n(t)$	$N(t)$
0-100	10	90
100-200	8	82

Обработка результатов.

Вероятность безотказной работы за 100·и 200ч работы

$$P(100) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0} = \frac{100 - 10}{100} = 0,9;$$

$$P(200) = \frac{100 - 18}{100} = 0,82$$

Наработка на отказ

$$T_0 = \frac{N_1 t_1 + N_2 t_2}{N_0} = \frac{90 \cdot 100 + 82 \cdot 200}{100} = 254ч.$$

Интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \frac{n(t)}{N(t)\Delta t} = \frac{10}{82 \cdot 100} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}$$

### ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Перечислите методы расчета надежности.
2. Сущность экспериментального метода определения показателей надежности?
3. Сущность простейшего метода определения показателей надежности?
4. Перечислите преимущества и недостатки приведенных методов расчета.

**Практическое занятие № 8**  
**КОЭФФИЦИЕНТНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ**  
**НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ**

**ЦЕЛЬ ЗАНЯТИЯ**

Изучить сущность и научиться рассчитывать показатели надежности коэффициентным методом

**СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ**

1. Расчетная схема изменения состояний электрического оборудования при эксплуатации

1.1. Сущность коэффициентного метода

1.2. Определение коэффициентного метода и его значения для основных видов электрооборудования

1.3. Коэффициенты влияния и на значения

1.4. Методика расчета

2. Задание

2.1. Электродвигатель используется для привода вентилятора в токарном цехе. Длительно (2000 ч/год) работает с нагрузкой 80% при номинальном напряжении сети. Электропривод оснащен тепловой защитой. При обслуживании по нормам системы ППРЭсх средняя наработка на отказ составила  $T_0 = 1000ч$  . при эксплуатации в течение 7 лет. Определить показатели надежности такого же двигателя при эксплуатации в приводе навозоуборочного транспортера ТСН с нагрузкой 100% и при сохранении прежних значений эксплуатационных факторов.

2.2. Для условий задачи 2.1. определить  $\lambda_9$  при замене устройства тепловой защиты на УБЗ.

2.3. Восстанавливаемая система с эксплуатационным распределением времени экспоненциальным распределением времени безотказной работы и

времени восстановления имеет  $K_T = 0,95$ . Среднее время восстановления системы  $T_B = 5ч$ . Определить вероятность безотказной работы системы в течение наработки  $0...100ч$ .

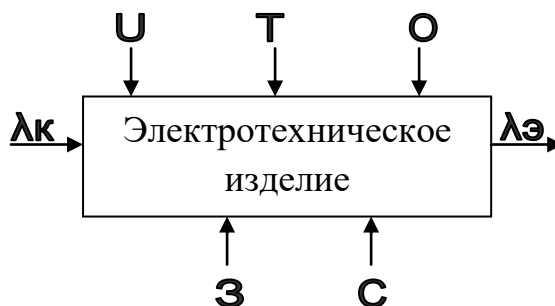
## ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

### *Расчетная схема объекта изучения*

Главная задача теории эксплуатации электрооборудования заключается в определении надежности его элементов в конкретных условиях эксплуатации при известных показателях конструктивной надежности.

Объектом изучения является электротехнические изделия, используемые в сельском хозяйстве. Для многих электротехнических изделий в нормативной документации имеются сведения о надежности, показатели конструктивной надежности. Поэтому расчетную схему объекта изучения можно представить как схему устройства преобразования конструктивной интенсивности отказов  $\lambda_K$  в эксплуатационную  $\lambda_{Э}$  под действием двух групп факторов: дестабилизирующих и компенсирующих (рисунок 8.1).

Дестабилизирующее воздействие.



Компенсирующие воздействия.

Рисунок 8.1 - Расчетная схема изучения:

$U$  – воздействие источника;  $T$  – воздействие технологического объекта;  $O$  – воздействие окружающей среды;  $З$  – воздействующее устройство защиты;  $С$  – воздействующие службы эксплуатации.



### *Сущность метода*

Сущность метода заключается в том, что найти связь между конструктивной интенсивностью отказов  $\lambda_K$  и эксплуатационной  $\lambda_{\mathcal{E}}$  под действием двух групп факторов. К первой группе относятся воздействия энергосистемы (факторы  $U$ ), режимов использования (факторы  $T$ ) и окружающей среды (факторов  $O$ ). Во второй группе обычно учитывают положительные воздействия электротехнического персонала за счет проведения технических обслуживаний и ремонтов (факторы  $C$ ) и устройств защиты от аварийных режимов (факторы  $Z$ ).

Обобщенная математическая модель имеет вид:

$$\lambda_{\mathcal{E}} = \lambda_K f(U, T, O, Z, C) \quad (8.1)$$

Инженерный расчет основывается на использовании в модели коэффициентов надежности и влияния.

### *Коэффициент надежности и их значения*

Коэффициент надежности представляет собой отношение интенсивности отказов изучаемого элемента  $\lambda_i$  к интенсивности отказов некоторого базового элемента  $\lambda_{\mathcal{B}}$ :

$$K_n = \frac{\lambda_i}{\lambda_{\mathcal{B}}} = const \quad (8.2)$$

Обычно за базовый элемент принимают резистор ОМЛТ с номиналом от 1 до 10 кОм, мощностью 0,25 Вт. Для него  $\lambda_{\mathcal{B}} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{1}{ч}$ .

Коэффициенты надежности основных видов электрооборудования приведены в таблице 8.1.

Таблица 8.1 - Коэффициенты надежности основных видов электрооборудования

№ п.п.	Наименование оборудования.	Коэффициент надежности $K_H$
1.	Трансформаторы силовые:	
	На одну обмотку	2,5
	В целом	15
2.	Электродвигатель: постоянного тока асинхронные.	82,5
		64,0
3.	Выключатели автоматические	5,0
4.	Рубильники (в целом)	4,0
5.	Контакты и магнитные пускатели (в целом)	45,0
6.	Кнопка управления.	5,0

### *Коэффициенты влияния и их значения*

Коэффициенты влияния  $K_{gi}$  показывают, как изменяется интенсивность отказов изучаемого элемента при изменении дестабилизирующих и компенсирующих факторов. Они являются безразмерными. При номинальных условиях эксплуатации  $K_{gi} = 1,0$ , то есть эксплуатационная и конструктивная интенсивность отказов равны. Для других условий  $0 < K_{gi} < 1$ . С учетом изложенного можно перейти от обобщенной модели к расчетной формуле

$$\lambda_{\sigma} = \lambda_{\sigma} \cdot K_H \cdot K_{e1} \cdot K_{e2} \cdot \dots \cdot K_{en} = \lambda_{\sigma} K_H \prod_{i=1}^n K_{gi}, \quad (8.3)$$

где  $n$  – число учитываемых факторов.

Для коэффициентов влияния можно использовать универсальную формулу.

$$K_{gi} = \alpha_i^{\rho_i}, \quad (8.4)$$

где  $\alpha_i$  - фактическое значение учитываемого фактора в долях от номинального,  $\rho_i$  - коэффициент чувствительности интенсивности отказов к изменению фактора (показывает, во сколько раз изменяется интенсивность при изменении значения фактора на 1%).

В таблице 8.2 приведены значения коэффициентов влияния для электроприводов.

Таблица 8.2 - Значения коэффициентов влияния для электроприводов

№ п.п	Эксплуатационное воздействие	Значение фактора, $\alpha_i$	Коэффициент чувствительности, $\rho_i$
1.	Качество напряжения	$\alpha_1 = \frac{U_{\phi}}{U_n}$	$\rho_1 = -2$
2.	Условия окружающей среды: нормальные тяжелые особо тяжелые	$\alpha_2 = 1,0$ $\alpha_2 = 2,5/3,0$ $\alpha_2 = 10/12$	$\rho_2 = 1,0$ $\rho_2 = 1,0$ $\rho_2 = 1,0$
3.	Загрузка.	$\alpha_3 = 0/1,5$	$\rho_3 = 3,0$ (эл.двигатель 4А) $\rho_3 = 4,0$ (эл.двигатель АО2)
4.	Качество технической эксплуатации	$\alpha_4 = \frac{P_{\phi}}{P_n}$	$\rho_4 = 1,0$
5.	Тип устройства защиты: ТРН УВТЗ – 1 УВТЗ - 5	$\alpha_5 = 0,5$ $\alpha_5 = 0,25$ $\alpha_5 = 0,1$	$\rho_5 = 1,0$ $\rho_5 = 1,0$ $\rho_5 = 1,0$

где  $U_{\phi}/U_n, P_{\phi}/P_n, N_{\phi}/N_n$  - фактические (номинальные) значения напряжений, мощности, числа электромонтеров, соответственно.

### Методика расчета

1 – уточнить исходные данные; 2 – определить коэффициент надежности (таблица 1.1); 3 – с учетом таблицы 1.2. по формуле (1.4) определить коэффициент влияния; 4 – по формуле (1.3) вычислить исходную эксплуатационную надежность.

### Выполнение задания по теме занятия

2.1. Определим конструктивную интенсивность отказов. Принимаем экспоненциальный закон надежности. Исходные данные соответствуют безотказным условиям:

$$\lambda_k = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{1000} = 10^{-4} 1/ч$$

Определим коэффициенты влияния для новых условий эксплуатации.

- влияние напряжения:  $\alpha_1 = 0,9; \rho_1 = -2; k_{e1} = 0,9^{-2}$

- влияние окружающей среды:  $\alpha_2 = 10; \rho_2 = 1,0; k_{e2} = 10^{-1} = 10;$

- влияние загрузки:  $\alpha_3 = 1,0; \rho_2 = 4,0; k_{e3} = 1^{-1} = 1;$

- влияние качества

технической эксплуатации:  $\alpha_4 = 1,0; \rho_4 = 1,0; k_{e4} = 1;$

- влияние защиты:  $k_{e5} = 1$ , так как в обоих вариантах тепловое реле.

Ожидаемая эксплуатационная интенсивность отказов.

$$\begin{aligned}\lambda_9 &= \lambda_0 \cdot K_n \cdot K_{e1} \cdot K_{e2} \cdot K_{e3} \cdot K_{e4} \cdot K_{e5} = \\ &= 10^{-4} \cdot 1 \cdot 0,9^{-2} \cdot 1,0 \cdot 10,0 \cdot 1 \cdot 1 = 1,2 \cdot 10^{-3} / 4\end{aligned}$$

Таким образом, в условиях эксплуатации интенсивность отказов будет почти в 10 раз больше, чем указано в паспортных данных.

### ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Перечислите методы определения надежности.
2. В какой последовательности осуществляется планирование эксплуатационных испытаний?
3. Как осуществляется расчет надежности коэффициентным методом?

**Практическое занятие № 9**  
**РАСЧЕТ СТРУКТУРНОЙ НАДЕЖНОСТИ**  
**ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ**

**ЦЕЛЬ ЗАНЯТИЯ**

Изучить методику расчета структурной надежности

**СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ**

1. Повторение лекционного материала

1.1. Понятия системы и элементы системы

1.2. Методика расчета

1.2.1. Расчет надежности при последовательном соединении элементов

1.2.2. Расчет надежности при параллельном соединении

1.2.3. Расчет надежности при параллельно – последовательном (смешанном) соединении элементов

2. Задание.

2.1. Какова вероятность безотказной работы машина постоянного тока, структурная схема надежности которой состоит из коллекторно-щеточного ( $P_k = 0,92$ ) и подшипникового ( $P_n = 0,95$ ) узлов, обмоток якоря ( $P_я = 0,95$ ) и возбуждения ( $P_B = 0,99$ ). Все данные приведены для  $t = 5000ч$ .

2.2. Требуется оценить надежность системы, состоящей из 10 равно надежных элементов (с вероятностью безотказной работы  $P(t) = 0,9$  за определенное время) без резерва, с однократным резервом при общем и отдельном резервировании.

2.3. В системе автоматического управления используется два параллельно включенных элемента с  $\lambda = 6 \cdot 10^{-3} ч^{-1}$ ,  $\mu = 0,1ч^{-1}$ . Определить наработку до отказа системы.

## ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

### *Понятия системы и элемента системы*

Каждая современная электроустановка представляет собой сложную систему, состоящую из десятков, а иногда и сотен механических и электрических элементов.

Электродвигатель – это система, которая состоит из 8-12 элементов (подшипниковый узел, обмотка статора и ротора, коллектор и щетки и так далее).

Система – это совокупность элементов, объединенных для достижения какой – либо цели. Элемент системы – часть системы, которая способна выполнять некоторые локальные функции системы.

Деление на системы и элементы является условной процедурой и зависит от условий решаемой задачи. Например, при изучении надежности парка электрооборудования предприятия электропривод рассматривается как элемент, а в других случаях он рассматривается как система, в которой выделяется ряд элементов (пусковая аппаратура, устройство защиты, двигатель и так далее).

Для определения показателей надежности объекта (системы), состоящего из нескольких элементов, составляются структурная схема надежности. Под структурной надежностью понимаем надежность системы, рассчитанную по исходным данным элементов системы. Соединение этих элементов в системе в смысле надежности называют структурной схемой. Все схемы условно разделяют на последовательные, параллельные и смешанные.

Для построения структурной схемы необходимо:

- в системе выделить основные элементы;
- составить структурную схему, которая моделирует функционирование системы и ее надежности;
- определить показатели надежности каждого элемента;

- рассчитать структурную надежность всей системы.

### Методика расчета

#### Расчет надежности при последовательном соединении элементов

Последовательным соединением элементов в теории вероятности понимают такое, при котором отказ одного какого-либо элемента влечет за собой отказ всей системы (рисунок 9.1)

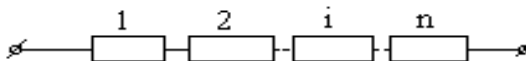


Рисунок 9.1 - Последовательное соединение элементов в структурной схеме надежности

Этому условию подчиняется большинство электрооборудования. Например, электрическая машина практически всегда представляется в виде последовательного соединения узлов (элементов): обмоток статора и ротора, подшипников, щеточного узла и так далее.

Пусть имеется последовательная цепь из  $n$  элементов, для каждого из которых известны вероятности безотказной работы  $P_i(t)$  и интенсивности отказов  $\lambda_i(t)$ . Тогда вероятность безотказной работы всей системы определяют по теореме умножения вероятностей:

$$P_c(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \dots P_n(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t) \quad (9.1)$$

При экспоненциальном законе распределении отказов ( $\lambda = const$ ) вероятность безотказной работы системы равна:

$$P_c(t) = e^{-\lambda_1 t} \cdot e^{-\lambda_2 t} \dots e^{-\lambda_n t} = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)t} \quad (9.2)$$

Интенсивность отказов системы при  $\lambda = const$  определяется из выражения:

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^n \lambda_i \quad (9.3)$$

$$T_0 = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} = \frac{1}{\lambda_c} \quad (9.4)$$

Основным положением для последовательного соединения является:

1. При последовательном соединении надежность системы хуже надежности самого надежного элемента.
2. Интенсивность отказов системы равна сумме интенсивности отказов элементов системы.

### *Расчет надежности при параллельном соединении*

Функциональные связи элементов, при которых отказ системы наступает только при отказе всех элементов, называют параллельным соединением (рисунок 9.2). Примерами таких систем служат двухтрансформаторная подстанция.

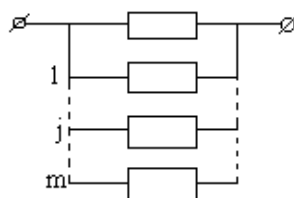


Рисунок 9.2 - Параллельное соединение элементов в структурной схеме надежности

Если система состоит из « $m$ » параллельно соединенных элементов (рисунок 9.2) с известными показателями надежности  $P_j(t)$ , то правило умножение вероятностей можно применить к вероятности отказа системы

$$Q_c(t) = q_1(t) \cdot q_2(t) \dots q_n(t) = \prod_{j=1}^m q_j(t) \quad (9.5)$$

Поскольку  $q_j(t) = 1 - P_j(t)$ , из (1.5) находим вероятность безотказной работы.

$$P_c(t) = 1 - \prod_{j=1}^m q_j(t) = 1 - \prod_{j=1}^m [1 - P_j(t)] \quad (9.6)$$

Если система имеет элементы с одинаковой надежностью, то есть

$$q_1(t) = q_2(t) = \dots = q_m(t), \text{ то}$$

$$q_c(t) = q_j^m(t) = [1 - P_j(t)]^m \quad (9.7)$$

$$P_c(t) = 1 - q_c(t) = 1 - [1 - P_j(t)]^m \quad (9.8)$$



Если надежность элементов, включенных в систему, изменяется по экспоненциальному закону, то надежность всей системы не будет соответствовать экспоненциальному закону.

$$P_1(t) = e^{-\lambda_1 t}; P_2(t) = e^{-\lambda_2 t} \dots; P_m(t) = e^{-\lambda_m t};$$

$$P_c = 1 - [(1 - e^{-\lambda_1 t}) \cdot (1 - e^{-\lambda_2 t}) \dots (1 - e^{-\lambda_m t})] \quad (9.9)$$

Из рассмотрения системы с параллельно соединенными элементами можно сделать следующее заключение:

1. При параллельном соединении элементов вероятность безотказной работы системы всегда выше надежности самого надежного элемента.
2. С ростом числа параллельных ветвей вероятность безотказной работы стремится к единице.
3. За счет параллельного соединения можно создать надежную систему даже из ненадежных элементов.

*Расчет надежности при параллельно – последовательном  
(смешанном) соединении*

Многие системы имеют смешанное соединение, когда работа системы определяется последовательным и параллельным соединением элементов.

На рисунке 9.3 показана структурная схема, состоящая из «*m*» параллельных цепей, каждая из которых состоит из «*n*» последовательно соединенных элементов. Такие схемы моделируют системы с общим резервированием.

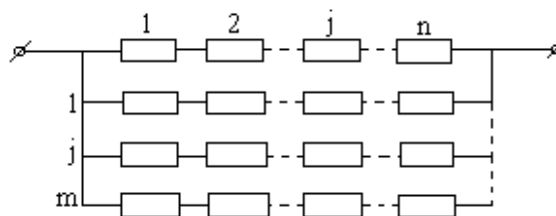


Рисунок 9.3 - Структурная схема из «*n*» последовательно соединенных элементов, состоящих из «*m*» параллельных цепей

Для расчета схемы надо в формуле (9.6) вероятность  $P_j$  выразить через вероятность последовательной цепи (9.1)

$$P_C(t) = 1 - \prod_{j=1}^m [1 - \prod_{i=1}^n P_i(t)]$$

Если считать, что вероятность безотказной работы всех элементов одинакова, то результирующая надежность схем определяется следующим выражением:

$$P_C(t) = 1 - [1 - P_i^n(t)]^m$$

На рисунке 9.4. показана структурная схема, в которой последовательно соединены « $n$ » групп, состоящих из « $m$ » параллельно включенных элементов. Такие схемы называют системы с раздельным резервированием.

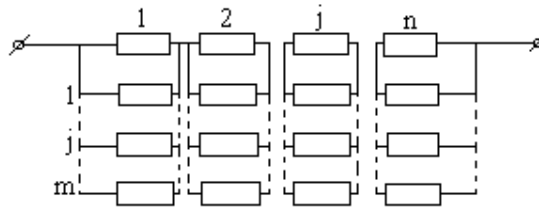


Рисунок 9.4 - Структурная схема из « $n$ » последовательно соединенных групп, состоящих из « $m$ » параллельно включенных элементов

В заданном случае надежность отдельных групп определяется выражением (9.6), а для всей схемы:

$$P_C(t) = \prod_{i=1}^n [1 - \prod_{j=1}^m q_j(t)]$$

Для системы из равнонадежных элементов это выражение принимает вид:

$$P_C(t) = [1 - q^m(t)]^n$$

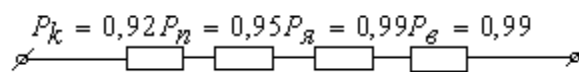
При общем резервировании (рисунок 9.3) увеличивая число параллельных цепей ( $m \rightarrow \infty$ ), получим  $P_C(t) \rightarrow 1$ , то есть параллельное соединение цепей из одинаковых элементов увеличивает надежность системы. Если увеличивать число последовательных элементов ( $n \rightarrow \infty$ ), то  $P_C \rightarrow 0$ ; при  $n \rightarrow \infty$  и  $m \rightarrow \infty$  вероятность безотказной работы системы стремится к нулю.

При раздельном резервировании (рисунок 9.3) увеличивая число параллельно включенных элементов в группе ( $m \rightarrow \infty$ ), получим  $P_c(t) \rightarrow 1$ . Если увеличить число групп ( $n \rightarrow \infty$ ), то получим  $P_c \rightarrow 0$ ; при  $m \rightarrow \infty$  и  $n \rightarrow \infty$  вероятность безотказной работы стремится к единице.

Таким образом, при общем резервировании надежность системы увеличивается с увеличением числа параллельных ветвей, а при раздельном резервировании для повышения надежности системы необходимо увеличить число резервирующих элементов в группе или одновременно увеличивать число групп и число параллельных ветвей в группе.

### Выполнение задания по теме занятия

2.1. При выходе из строя любого из перечисленных узлов будет иметь место отказ всей машины. Значит, структурная схема надежности представляет собой четыре последовательно включенных элемента.



Согласно формуле (9.1) надежность машины постоянного тока будет равна:  $P_{МТТ} = P_k \cdot P_n \cdot P_{я} \cdot P_{с} = 0,92 \cdot 0,95 \cdot 0,99 \cdot 0,99 = 0,856$ .

### ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Как выполняется расчет структурной надежности?
2. Дать определение понятиям «система» и «элемент системы».
3. Методика расчета надежности при последовательном соединении элементов.
4. Методика расчета надежности при параллельном соединении элементов.
5. Методика расчета надежности при параллельно – последовательном (смешанном) соединении.

## Практическое занятие № 10

# ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ К ЗАДАЧАМ ЭКСПЛУАТАЦИИ

### ЦЕЛЬ ЗАНЯТИЯ

Изучить методы статистической оценки надежности электрооборудования

### СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ

1. Повторение лекционного материала

1.1 Элементы теории массового обслуживания

1.2 Инженерное правило составления системы управлений

1.3. Статистические характеристики систем массового обслуживания

2. Задание.

2.1. Испытать приборы на надежность, для этого определить число приборов, установленных под наблюдение, чтобы с доверительной вероятностью  $\beta = 0.8$  относительная ошибка  $\delta$  не превышала 0,1. Закон распределения наработок до отказа - экспоненциальный. Коэффициент вариации  $y = 1,0$ .

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

#### *Элементы теории массового обслуживания*

Каждое электрооборудование представляет собой сложную систему, состоящий из большого числа элементов. Система – это совокупность элементов, объединенных для достижения какой – то цели. Способность системы выполнять свои функции оценивается понятиями о состояниях, в пределах которых выделенные параметры системы остаются неизменными. Переход системы от одного состояния к другому называется событием.

В технических устройствах главными состояниями принимают работоспособность и не работоспособность, а основным понятием служит

событие перехода из работоспособного в неработоспособное состояние, которое называется отказом.

Из-за большого числа элементов и множества факторов, влияющих на систему, отказы в системе возникают непрерывно и образуют поток отказов или поток событий.

Потоком событий называется последовательность однородных событий, следующих одно за другим в случайные моменты времени. Например: поток отказов электрооборудования в сельскохозяйственном предприятии, поток вызовов электромонтеров на оперативное обслуживание, поток вызовов на телефонной станции и так далее. Случайный характер потоков наиболее ярко выражен при массовом применении изделий. Поэтому теория, раскрывающая закономерности удовлетворения случайных потребностей, называется теорией массового обслуживания (ТМО). Она занимается изучением характеристик систем массового обслуживания (СМО). Под системой массового обслуживания понимают любую систему, предназначенную для обслуживания потока требований. Примерами СМО являются различные службы сервиса, авторемонтные предприятия, телефонные станции, билетные кассы и тому подобное.

СМО состоит из следующих элементов. Источник требований (заявок) – это совокупность обслуживаемых объектов (парк электродвигателей, трансформаторов и так далее). Накопитель – часть СМО, в которой поступившие требования находятся в очереди на обслуживание. Каналы (приборы, исполнители и другие объекты), которые обслуживают требования за счет ремонта, замены изделий или другими способами.

Основная задача СМО состоит в определении пропускной способности СМО и определения характеристик, описывающих степень удовлетворения потока заявок.

Пропускная способность СМО определяется количеством обслуживаемых заявок в единицу времени. Она зависит от следующих факторов:

- числа каналов обслуживания;
- производительности каждого канала;
- интенсивности потока заявок.

Простой каналов обслуживания из-за отсутствия заявок, так же как и простой заявок в очереди на обслуживание, влечет за собой экономический ущерб. Поэтому возникает задача: какими характеристиками должна обладать СМО, чтобы экономические потери при этом были минимальными. Подобная задача решается только методами ТМО. Используя ТМО можно найти для каждого конкретного случая оптимальное соотношение между длиной очереди и количеством каналов обслуживания, между средним временем простоя каналов обслуживания и средним временем пребывания заявки в системе, между средним числом необслуживаемых заявок, количеством каналов и тому подобное.

Все существующие СМО в зависимости от характера решаемых ими задач и порядка обслуживания заявок могут быть разделены на следующие три типа:

- 1) СМО с отказами, в которых заявки начинают обслуживаться немедленно;
- 2) СМО с ожиданием, в которых все заявки выстраиваются в очередь, если каналы обслуживания заняты, и находятся в системе до тех пор, пока их не обслужат;
- 3) СМО с различными ограничениями на время пребывания заявки в системе (системы смешанного типа).

Примером системы первого типа может служить система телефонной связи. Абонент, заставший линию связи занятой, получает отказ или

обслуживается немедленно, если линия свободна. Повторная попытка при занятой линии при этом рассматривается как новая заявка.

К СМО с ожиданием относятся все системы службы сервиса электрооборудования сельскохозяйственных предприятий, электроремонтные предприятия и тому подобные.

Ниже излагается основа ТМО только применительно к СМО с ожиданием, так как именно эта часть ТМО может быть использована при организации службы сервиса энергетического оборудования.

### *Инженерное правило составления системы управлений*

В начале найдем вероятности пребывания системы в любом из состояний  $P_k(t)$  в произвольный момент времени  $t$  в общем виде для любого числа отказов элемента системы  $k$ , сформулируем инженерное правило, а затем рассмотрим частные случаи.

Схема состояний СМО представлена на рисунке 10.1. Зафиксируем время  $t$  и определим вероятность.

$$P_k(t + \Delta t) = P(A) + P(B) + P(C) + O(\Delta t) \quad (10.1)$$

где А, В и С – несовместные события;  $O(\Delta t)$  - сумма вероятностей всех других переходов за  $\Delta t$  в состоянии  $S_k$ .

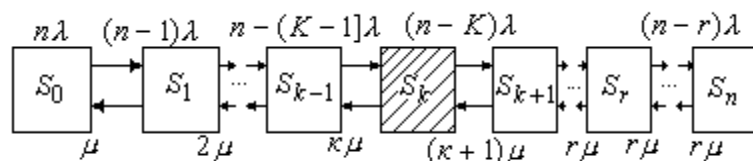
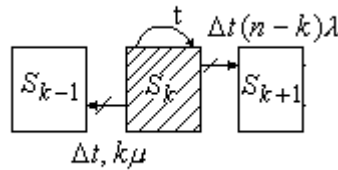


Рисунок 10.1 - Схема состояния системы массового обслуживания

Событие А. В момент  $t$  СМО находится в состоянии  $S_k$ , с вероятностью  $P_k(t)$ , а за  $\Delta t$  не перейдет ни в состояние  $S_{k+1}$  (то есть не поступит ни одной заявки от  $n-k$  работающих элементов системы), ни в состоянии  $S_{k-1}$  (не освободится ни один из  $k$  занятых каналов, то есть не

произойдет восстановление ни одного из  $k$  отказавших элементов системы), рисунок 10.2.



10.2 - Схема состояния системы для события А

Вероятность  $P(A)$  определяется по формуле.

$$P(A) = P_k(t) \cdot e^{-\Delta t(n-k)\lambda} e^{-\Delta tk\mu} \quad (10.2)$$

где  $e^{-\Delta t(n-k)\lambda}$  - вероятность того, что до  $\Delta t$  СМО не перейдет в состояние  $S_{k+1}$ ;

$e^{-\Delta tk\mu}$  - вероятность того, что за  $\Delta t$  СМО не перейдет в состояние  $S_{k-1}$ .

Тогда  $P(A) = P_k(t) \cdot e^{-\Delta t(n-k)\lambda + k\mu}$

Раскладывая экспоненту в ряд и ограничиваясь двумя первыми членами, получим значение вероятности.

$$P(A) = [1 - (n - k)\lambda\Delta t - k\mu \cdot \Delta t]P_r(t)$$

Событие В. К моменту  $t$  СМО находятся в состоянии  $S_{k+1}$  с вероятностью  $P_{k+1}(t)$ , а за  $\Delta t$  перейдет в состояние  $S_k$  (то есть один из  $k+1$  отказавших элементов системы будет восстановлен (рисунок 10.3))

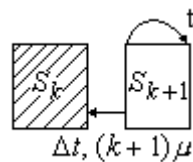


Рисунок 10.3 - Схема состояния системы для события В

Вероятность системы для события В.

$$P(B) = P_{k+1}(t)[1 - e^{-\Delta t(k+1)\mu}]$$

По аналогии имеем.

$$P(B) = (k + 1)\mu \cdot \Delta t P_{k+1}(t) \quad (10.3)$$



Событие С. К моменту  $t$  СМО находится в состоянии  $S_{k-1}$ , а за  $\Delta t$  перейдет в состояние  $S_k$  (то есть один из  $n - (k - 1) = n - k + 1$  элементов системы откажет).

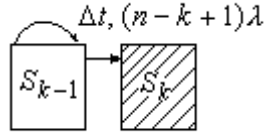


Рисунок 10.4 - Схема состояния систем для события С

Вероятность систем для события С

$$P(C) = P_{k-1}(t)[1 - e^{-\Delta t(n-k+1)\lambda}]$$

По аналогии имеем

$$P(C) = -(n - k + 1)\lambda\Delta t P_{k-1}(t) \quad (10.4)$$

Подставляя выражение (10.2) в уравнение (10.1) и вычитая из левой и правой его части вероятность  $P_k(t)$ , получим :

$$P_k(t + \Delta t) - P_k(t) = P(C) - P_k(t)[(n - k)\lambda\Delta t + k\mu\Delta t] + P(B) \quad (10.5)$$

Подставим значение  $P(C)$  и  $P(B)$  в уравнение, разделим левую и правую часть уравнения 10.5 на  $\Delta t$  и если  $\Delta t \rightarrow 0$ , то получим

$$\frac{dP_k(t)}{dt} = (n - k + 1)\lambda P_{k-1}(t) - [(n - k)\lambda + k\mu]P_k(t) + (k + 1)\mu P_{k+1}(t) \quad (10.6)$$

Теперь приведем инженерное правило составления дифференциальных уравнений по виду графа состояний:

Производная от вероятности пребывания систем в любой момент времени в состояние  $k$  равна алгебраической сумме произведений интенсивностей переходов в  $k$ -е состояние (или из  $k$ -го состояния) на вероятность того состояния, откуда совершается переход, в  $k$ -е состояние. Причем тем слагаемым, которым соответствует уходящие стрелки из  $k$  – го состояния, приписывается знак «минус», а входящим «плюс».

Рассмотрим некоторые частные случаи:

1) число отказов элементов системы  $k=0$ . Используя инженерное правило, найдем  $\frac{dP_0(t)}{dt}$  для события  $S_k = S_0$ , связанного с событием  $S_{k+1} = S_1$  (событие  $S_{k-1}$  исключается как не имеющие физического смысла), смотри рисунок 10.2, 10.3.

$$\text{Тогда } \frac{dP_0(t)}{dt} = -n\lambda P_0(t) + \mu P_1(t).$$

2) число отказов меньше или равно числу каналов обслуживания, но меньше числа работающих элементов системы,  $r \leq k < n$ . В этом случае дифференциальное уравнение получается из (10.6) путем замены множителей  $\mu$ , определяющих восстановление элементов системы, максимальным числом каналов обслуживания, равным  $r$  (значит, остальные  $k-r$  заявок находится в очереди):

$$\frac{dP_k(t)}{dt} = (n-k+1)\lambda P_{k-1}(t) - [(n-k)\lambda + r\mu]P_k(t) + r\mu P_{k+1}(t) \quad (10.7)$$

3)  $k=n$  (число отказов равно числу элементов системы). В этом случае все  $n$  элементов системы отказали. Полагая в уравнение (10.7), что  $k=n$ , получим:

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = \lambda P_{n-1}(t) - r\mu P_n(t) \quad (10.8)$$

где третий член с составляющей  $P_{n+1}(t)$  не имеет смысла, так как всего  $n$  элементов.

Таким образом, уравнение (10.7) и (10.8) описывают ситуацию, когда в системе образуются очередь из-за отсутствия свободных членов каналов обслуживания.

Полученные выражения (10.6) и его разновидности (10.7) и (10.8) представляют собой систему уравнений, решение которых позволит определить вероятности различных состояний СМО в функции времени. Однако применение их на практике затруднительно. Для установившегося режима обслуживания их можно упростить, если

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_k(t) = P_k, \text{mo} \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dP_k(t)}{dt} = 0 \quad (10.9)$$

Учитывая условие (10.9), дифференциальное уравнение запишем в линейной форме.

$$n\lambda P_0 = \mu P_1 \quad (10.10)$$

При  $k=0$ ;

$$[(n-k)\lambda + r\mu]P_k = (n-k+1)\lambda P_{k-1} + r\mu P_{k+1} \quad (10.11)$$

при  $r \leq k < n$ ;

$$r\mu P_n = \lambda P_{n-1}$$

при  $k=n$  решение уравнения (10.6) дает результат:

$$P_k = \frac{n!}{r^{k-r} r!(n-k)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k P_0 \quad (10.12)$$

Значение  $P_0$  определяется по формуле:

$$P_0 = \frac{1}{1 + A_1 + A_2 + \dots + A_n}; \quad A_k \text{ в этой формуле подсчитываются выражения:}$$

$$A_k = \frac{n!}{r^{k-r} \cdot r!(n-k)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k, \quad (10.13)$$

Соответственно условию  $r \leq k < n$ ;

Для частного случая, когда в системе только один канал обслуживания из (10.12) получим:

$$P_k = \frac{n!}{(n-k)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k P_0 \quad (10.14)$$

### *Статистические характеристики систем массового обслуживания*

Полученное выражение для определения вероятности различных вероятностей различных состояний системы позволяют рассчитывать количественные критерии, характеризующие степень удовлетворения потока заявок и степень использования каналов обслуживания. Рассмотрим основные из них (рисунок 10.5):

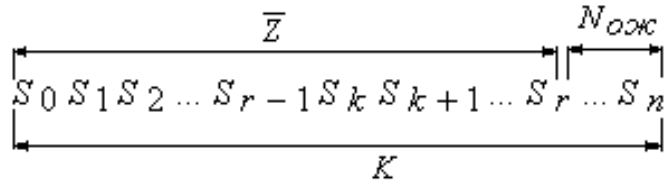


Рисунок 10.5 - Схема определения статистических характеристик системы

1. Пропускная способность.

$$M = \frac{\bar{Z}}{T_0} = \bar{Z}\mu, \quad (10.15)$$

где  $M = \frac{1}{T_0}$ ;  $\bar{z}$  – среднее количество заявок в каналах обслуживания, т.е. занятых в ремонте. Оно определяется как математическое ожидание дискретной случайной величины. Величина  $\bar{z}$  определяется по следующей формуле:

$$\bar{z} = \sum_{k=0}^r k \cdot P_k + \sum_{k=r+1}^n r P_k, \quad (10.16)$$

2. Среднее число заявок, находящихся в системе обслуживания (как в каналах обслуживания, так и в очереди на обслуживание), рассчитывается также по формуле математического ожидания дискретной случайной величины:

$$K = \sum_{k=0}^n k \cdot P_k \quad (10.17)$$

Найдем связь  $K$  и  $M$ . Количество исправно работающих элементов систем  $n - k = T_0 M$ , откуда

$$M = \frac{n - k}{T_0} = \lambda(n - k) \quad (10.18)$$

Сравнивая выражение (10.15) и (10.16), получим:

$$\mu \bar{Z} = \lambda(n - k) = n\lambda - k\lambda,$$

откуда

$$k = \frac{n\lambda - \mu \bar{Z}}{\lambda} = n - \frac{\bar{Z}}{\lambda / \mu}$$

или

$$k = n - \frac{\bar{Z}}{\rho}, \quad (10.19)$$

где  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ .

3. Среднее число заявок, находящихся в очереди на обслуживание:

$$N_{ож} = \sum_{k=r+1}^n (k-r)P_k \quad \text{при } r \leq k \leq n \quad (10.20)$$

Для расчета  $N_{ож}$  можно применять другую формулу (рисунок 10.5.)

$$N_{ож} = k - \bar{z} = n - \frac{\bar{z}}{\rho} - \bar{z} = n - \bar{z} \left( 1 + \frac{1}{\rho} \right), \quad (10.21)$$

4. Среднее число простаиваемых каналов обслуживания из-за отсутствия заявок:

$$R_{np} = \sum_{k=0}^{r-1} (r-k)P_k \quad \text{при } 0 \leq k < r \quad (10.22)$$

Если СМО одноканальная, то есть  $r=1$ , то из выражения (10.22) вытекает, что простой из-за отсутствия заявок будет только при  $k=0$ .

Тогда

$$R_{np} = 1P_0 = P_0, \quad (10.23)$$

где  $P_0 = P_k$  при ( $k=0$ ) есть предельная вероятность, которая по физическому смыслу представляет с собой среднее относительное время пребывания системы в данном состоянии. Значит,  $T_{np} = R_{np} = P_0$  при  $r=1$ . Если  $r>1$ , то  $T_{np}$  будет определяться по формуле (10.24):

$$T_{np} = \frac{R_{np}}{r} \quad (10.24)$$

5. Среднее относительное значение времени пребывания каждой заявки в очереди на обслуживание.

$$T_{ож} = \frac{N_{ож}}{n} \quad (10.25)$$

6. Среднее относительное значение времени пребывания заявки в очереди и в канале обслуживания:

$$T_{обс} = \frac{K}{n}$$

Характеристики  $T_{пр}$ ,  $T_{ож}$ ,  $T_{обс}$  величины безмерные.

### **ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ**

1. Что называется системой массового обслуживания?
2. Что называется каналом обслуживания?
3. Какая СМО называется СМО с отказами?
4. Что понимается под потоком обслуживания?
5. Как можно определить среднее время пребывания заявки в системе?
6. Как определяется среднее время пребывания заявки в очереди?
7. Как можно определить среднее число занятых каналов?
8. Перечислите характеристики эффективности СМО.

## Практическое занятие № 11

### ПОНЯТИЕ «ЖИВУЧЕСТЬ» В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ

#### ЦЕЛЬ ЗАНЯТИЯ

Изучить управление основными показателями живучести электрооборудования

#### СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ

1. Повторение лекционного материала
  - 1.1 Понятие живучести
  - 1.2 Зависимость живучести от поражаемости и уязвимости
  - 1.3 Вероятность сохранения живучести
  - 1.4 Показатели живучести
  - 1.5 Запас живучести
  - 1.6 Средний запас живучести
  - 1.7 Условная функция живучести
  - 1.8 Безусловная функция живучести

#### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Термин «*живучесть*» появился при оценке надежности кораблей на флоте. В последние годы этот термин широко используется не только на флоте, но и для оценки сложных технических систем в народном хозяйстве. Проведем краткий экскурс по определениям живучести.

В энциклопедическом справочнике живучесть трактуется, как способность объекта при получении повреждений сохранять свои эксплуатационные качества, которая обеспечивается пожаробезопасностью, надежностью технических средств. В этом же справочнике приведено определение живучести судовой энергетической установки как ее свойства, характеризующего приспособленность установки к частичному или полному

сохранению работоспособности при воздействии внешних факторов разрушительного действия.

Живучесть определяется способностью сооружения, устройства, механизма сохранять возможность выполнения свойственных им функций и восстановления качеств при нарушении их в результате воздействия внешних неблагоприятных факторов. Составными элементами живучести являются взрыво- и пожаробезопасность, живучесть оружия и технических средств. Живучесть оружия и технических средств определяется их способностью противостоять повреждениям и возможностью восстанавливать их качества силами личного состава [6].

Общим признаком всех приведенных понятий живучести является способность функционировать, когда в результате возмущений или воздействий со стороны внешней среды может быть выведена часть элементов системы, то есть живучесть можно характеризовать как способность системы противостоять возмущениям.

В электроэнергетике принято под живучестью комплекса электроэнергетической системы (КЭС) понимать способность системы сохранять свойства, необходимые для выполнения заданного назначения, при наличии воздействий, не предусмотренных условиями нормальной эксплуатации [6]. В зависимости от характера поражающих воздействий живучесть КЭС можно подразделить на ее пожаростойкость, взрыво- и ударостойкость, водостойкость и термостойкость. Все эти факторы (пожар, взрыв, затопление, высокая температура и др.) имеют свою физическую природу и могут воздействовать на систему как в отдельности, так и в совокупности.

Итак, живучесть технической системы характеризует ее способность сохранять работоспособность при наличии неблагоприятных (поражающих) воздействий, когда система оказывается в экстраординарных условиях.



Еще «живучесть» определяют, как способность объекта сохранять свойства, необходимые для выполнения требуемых функций, при наличии внешних воздействий, не предусмотренных условиями нормальной эксплуатации. По внешним воздействиям, которые в литературе часто называют неблагоприятными воздействиями (НВ), понимаются факторы, выходящие за рамки проектных условий эксплуатации. К ним относятся: землетрясения, грозы, высокий уровень наземных и подземных вод, ураганы, смерчи, аварии на воздушном, водном и наземном транспорте, диверсии и т.п.

В приведенном определении живучести необходимо отметить четыре обстоятельства [7]:

1) живучесть следует рассматривать как внутреннее свойство объекта, которым он обладает независимо от возникающих в данный момент условий функционирования. В полной мере живучесть объекта проявляется при крупных НВ, которые трудно спрогнозировать и которые создают экстремальные условия функционирования объекта;

2) живучесть проявляется в том, что объект при НВ сохраняет не все функции, которые он должен выполнять при нормальных условиях эксплуатации, а лишь основные функции, да и то с возможным понижением качества их выполнения. Это означает, что возможно изменение стратегии функционирования объекта по мере увеличения тяжести НВ;

3) объект должен обладать свойством постепенной деградации по мере увеличения тяжести неблагоприятных последствий и для каждого уровня таких последствий оперативно и максимально эффективно использовать сохранившиеся ресурсы для выполнения основных функций с учетом изменения стратегии функционирования (целевой функции), а в дальнейшем реализовать оптимальную стратегию восстановления с учетом возникающих ограничений;

4) для оборудования и систем АС выполнение заданных функций происходит в течение продолжительного интервала времени после завершения НВ. В объектах такого класса успех функционирования определяется не только состоянием объекта в начальный момент времени, но и траекторией функционирования в дальнейшем. Здесь уже начинают влиять другие факторы, такие, как остаточный уровень избыточности различных видов, эффективность системы восстановления, безотказность элементов и др.

С учетом четырех изложенных обстоятельств можно дать следующее определение: живучесть - это свойство объекта сохранять и восстанавливать способность к выполнению основных функций в заданном объеме и в течение заданной наработки при изменении структуры, алгоритмов и условий функционирования вследствие непредусмотренных регламентом нормальной работы НВ. Данное определение допускает учет любых последствий НВ, а именно: потерю работоспособности элементов и связей между ними вследствие их функционального разрушения или нарушения целостности, изменения (ухудшения) технических характеристик (производительности, пропускной способности и др.), искажение алгоритмов функционирования, уменьшение структурной избыточности, ухудшение безотказности элементов, управляемости, изменения условий функционирования (резкое уменьшение или увеличение нагрузки, перераспределение нагрузки, изменение динамических характеристик нагрузки).

Живучесть зависит от поражаемости и уязвимости [8,9].

Поражаемость – свойство объекта, определяющее возможность воздействия на него поражающих средств и нерасчетных условий эксплуатации. Количественно поражаемость оценивается вероятностью воздействия на объект поражающих средств и нерасчетных условий эксплуатации  $Q_{возд}$ .

Уязвимость – свойство объекта, определяемое нарушением работоспособности после воздействия на него поражающих средств и нерасчетных условий эксплуатации. Количественно уязвимость оценивается вероятностью нарушения работоспособности объекта после воздействия на него поражающих средств и нерасчетных условий эксплуатации  $Q_{уяз}$ .

Количественный показатель живучести объекта, используемый в качестве множителя при оценке эффективности электрифицированного процесса, может быть представлен в форме вероятности сохранения живучести следующей формулой

$$P_{жив} = 1 - Q_{возд.} * Q_{уяз}. \quad (11.1)$$

Живучестью электрифицированного процесса называется его свойство продолжать функционировать при отказах его составных частей.

Электроэнергетические системы современных технологических процессов обладают сложной структурой, при которой отказ одного-двух элементов системы не приводит к нарушению ее работоспособности. Относительной количественной характеристикой совершенства структуры и для надежности, и для живучести может служить *вес логической функции работоспособности системы*, который характеризует долю работоспособных состояний системы [8]. Рассмотрим отказоустойчивость системы, т.е. ее способности сохранять работоспособность при нескольких отказах элементов системы.

Термин «отказоустойчивость» был введен в учебном пособии [7], чтобы отличить это свойство от безотказности, так как оно не зависит от времени, и от живучести, и так как оно не зависит от «объема и силы поражающего воздействия». Этот термин широко используется в микроэлектронике, информационных и вычислительных системах.

В технике, энергетике, на транспорте и даже в самой живой природе можно встретить системы, которые благодаря своей избыточности при отказах отдельных элементов не теряют своей работоспособности. Для

атомной энергетики существует стандартное требование, чтобы любой одиночный отказ не приводил к отказу всей системы. В различной литературе [6,7] приведены расчеты живучести сложных технических микропроцессорных систем управления. При этом под живучестью понимается именно отказоустойчивость, характеризующая структурную избыточность системы.

Количественной характеристикой живучести электроэнергетической системы назван условный закон уязвимости, представляющий собой функциональную зависимость вероятности поражения системы от числа неблагоприятных (поражающих) воздействий. Для оценки отказоустойчивости также используем условный закон уязвимости системы в виде функциональной зависимости вероятности отказа системы от числа одновременно отказавших элементов.

По аналогии с весом логической функции работоспособности, характеризующим частное значение вероятность безотказной работы системы (ВБРС) при условии равнонадежности элементов с  $R_i = Q_i = 0,5$ , рассмотрим отказоустойчивость структуры системы, т.е. ее способность сохранять работоспособность при нескольких детерминированных отказах элементов системы. Другими словами, проверку отказоустойчивости структуры проводим поочередным выводом из строя элементов по одному, по два и т. д. до максимально возможного числа  $m$ , т.е. когда в отказе окажутся все  $m$  элементов системы.

Математически данное допущение можно записать в следующем виде:

$$Q_1(1) = Q_2(1) = \dots = Q_i(1) = Q_m(1) = 1/m, \quad (11.2)$$

$$\sum_{i=1}^m Q_i(1) = 1. \quad (11.3)$$

где  $m$  – число элементов системы;  $Q_i(1) = P\{x_i\}$  - вероятность уязвимости  $i$ -го элемента при однократном воздействии.

Вероятность уязвимости системы при однократном воздействии (при отказе одного элемента) обозначим через  $Q_c(1)$  и определим, как и в классической теории вероятности, отношением числа отказовых состояний системы  $K_{отк}(1)$  к общему числу  $K_\Sigma(1)$  всех возможных состояний

$$Q_c(1) = \frac{K_{отк}(1)}{K_\Sigma(1)}. \quad (11.4)$$

Вероятность неуязвимости системы определится через число работоспособных состояний, отнесенных к их общему числу

$$R_c(1) = \frac{K_{раб}(1)}{K_\Sigma(1)} = 1 - Q_c(1), \quad (11.5)$$

так как

$$K_\Sigma(1) = K_{отк}(1) + K_{раб}(1). \quad (11.6)$$

В общем случае при  $n$ -кратном воздействии, когда отказывают сразу  $n$  элементов, вероятность уязвимости будет

$$Q_c(n) = \frac{K_{отк}(n)}{K_\Sigma(n)} = 1 - R_c(n) = 1 - \frac{K_{раб}(n)}{K_\Sigma(n)}. \quad (11.7)$$

Если условия работоспособности системы представлены логической функции работоспособности системы (ФРС) в ортогональной форме, то условный закон уязвимости структуры можно записать аналитическим выражением

$$Q_c(n) = 1 - R_c(n) = 1 - (C_m^n)^{-1} \sum_{j=1}^i C_{m-r_j}^{n-S_j}, \quad (11.8)$$

где  $C_m^n = K_\Sigma(n)$  - общее число состояний системы при  $n$  отказавших из  $m$  элементов;  $C_{m-r_j}^{n-S_j} = K_{раб}(n)$  - число работоспособных состояний системы, определенных одной  $j$ -й ортогональной конъюнкцией ранга  $r_j$  содержащей  $S_j$  аргументов с отрицанием;  $i$  - число ортогональных конъюнкций в ФРС.

При вычислении числа сочетаний следует иметь в виду принятые в математике условия:

$$0! = 1; \quad C_m^0 = \frac{m!}{0!(m-0)!} = 1; \quad (11.9)$$

$$C_{m-r_j}^{n-S_j} = 0, \quad (11.10)$$

если  $n - S_j < 0$  или  $m - r_j < n - S_j$ .

Полезной числовой характеристикой отказоустойчивости, а в дальнейшем и живучести, является математическое ожидание числа отказавших элементов, выводящих систему из строя. Из теории вероятностей известно, что математическое ожидание дискретной случайной величины  $N$ , принимающей значения  $0, 1, \dots, k, \dots, m$  с вероятностями  $P_0, P_1, \dots, P_m$ , определяется суммой

$$\begin{aligned} \omega = M[N] &= \sum_{k=0}^m k P_k = \sum_{k=0}^m k [Q_c(k) - Q_c(k-1)] = \\ &= \sum_{k=1}^m k [R_c(k-1) - R_c(k)] = \sum_{k=0}^m R_c(k) = \sum_{k=0}^m \left[ (C_m^k)^{-1} \sum_{j=1}^i C_{m-r_j}^{n-S_j} \right]. \end{aligned} \quad (11.11)$$

Перебрать все множество поражающих воздействий невозможно и доказать их статистическую устойчивость, и определить вероятности их возникновения, и условные вероятности работоспособности элементов системы при этих воздействиях, а также рассчитать *абсолютную* живучесть технической системы. Эти воздействия редки, труднопредсказуемы как по интенсивности, так и по месту. Приходится задаваться параметрами поражающих воздействий и определять *относительную* живучесть системы.

Вероятность поражения элемента  $x_i$  при единичном воздействии вычисляется по формуле

$$Q_i(1) = \frac{S_i(r)}{S_k}, \quad (11.12)$$

где  $S_i(r)$  – площадь поражения  $i$ -го элемента,  $m^2$ ;  $S_k$  – общая площадь поражения объекта,  $m^2$ ;  $r$  – радиус поражающего воздействия,  $m$ .

Выражение (11.12) предполагает равномерный закон распределения поражающих воздействий. В объемном варианте вместо площадей будем использовать объемные показатели:

$$Q_i(1) = \frac{V_i(r)}{V_k}, \quad (11.13)$$

где  $V_i(r)$  – объем поражения  $i$ -го элемента,  $m^3$ ;  $V_k$  – общий объем поражения объекта,  $m^3$ .

При необходимости учесть характер  $j$ -го помещения (жилое, энергетическое, зона основного производства и т.д.) или его местоположение выражение (11.13) принимает вид:

$$Q_i(1) = \frac{V_i(r)}{V_j} Q_j, \quad (11.14)$$

где  $V_j$  – объем  $j$ -го помещения,  $m^3$ ;  $Q_j$  – вероятность возникновения поражающего воздействия в  $j$ -м помещении.

В последнем случае сохраняется равномерность поражения внутри помещения, а вероятность  $Q_j$  определяется по плотности или по интегральной функции известного закона распределения координат поражающих воздействий.

Варьируя величиной радиуса поражения, можем учесть степень защищенности элемента от данного воздействия и (или) наличие и эффективность средств защиты в помещении. В сложившейся практике расчетов принята следующая условная терминология: нулевой радиус, когда поражающее воздействие ограничено размерами только данного элемента; промежуточный радиус, когда объем поражения превышает объем элемента; предельный радиус, когда поражение охватывает весь объем помещения, и, наконец, бесконечный радиус, когда все элементы системы одновременно подвергаются поражающему воздействию.

При нулевом радиусе поражения одиночное воздействие вызывает с вероятностью  $Q_j(1)$  отказ только одного из элементов с номером  $i = \overline{1m}$ . Это условие ( $r = 0$ ) существенно упрощает расчет условного закона поражения, так как автоматически обеспечивает несовместность разрушения элементов при однократном поражающем воздействии.

Для получения полной группы несовместных событий обозначим вероятность непоражения ни одного из элементов при однократном воздействии через  $p_0$  (11.1). Из условия несовместности событий следует, что

$$\sum_{i=1}^m Q_i(1) + p_0(1) = 1. \quad (11.15)$$

Вероятность поражения одного элемента при однократном воздействии будет определяться суммой вероятностей поражения тех элементов, которые входят в этот путь.

Помимо поражаемости и уязвимости живучесть можно рассматривать в другой форме. Если объект, обладающий свойством живучести, проявляет его благодаря имеющимся у него пассивным и активным средствам обеспечения живучести (СОЖ), которые включают в себя: средства контроля работоспособности, средства аварийной защиты, средства реконфигурации и управления, то действия СОЖ оказывают влияние на первичные последствия НВ. В зависимости от интенсивности процессов в оборудовании и системах объекта, конкретных внешних условий функционирования, эффективности СОЖ объекты в конечном счете переходят в одно из возможных устойчивых состояний. После перехода в новое состояние выполняется оценка первичных состояний, в результате которых состояние объекта относят к одному из трех классов: работоспособное, неработоспособное и аварийное. Именно по результатам этой классификации оценивается живучесть объекта.

Перевод объекта в новое устойчивое состояние не завершает борьбы за живучесть, так как при дальнейшем функционировании могут проявляться и вторичные последствия НВ, более отдаленные, но не такие значимые.

Показатели живучести бывают как вероятностные, так и детерминированные. Обозначим  $A_m$  событие, состоящее в  $m$ -кратном появлении НВ, а  $F$  – функцию работоспособности системы, принимающую значение 1, если система работоспособна, и 0, если она неработоспособна. Тогда условный критерий уязвимости



$$Q(m) = P\{F = 0 / A_m\}, \quad (11.16)$$

есть вероятность потери работоспособности системы при условии  $m$ -кратного НВ.

Выживаемость системы при  $m$ -кратном НВ

$$P(m) = 1 - Q(m) = P\{F = 1 / A_m\}. \quad (11.17)$$

Запас живучести ( $d$  - живучесть)

$$d = c - 1 \quad (11.18)$$

есть критическое число дефектов, уменьшенное на единицу. Дефект - это единица измерения живучести. Это может быть один элемент, удаленный из системы в результате НВ, определенная номинальная мощность в системе энергетики, потерянная в результате НВ, и т.д. Критическим называют минимальное число дефектов, появление которых приводит к потере работоспособности системы.

Запас живучести ( $f$  - живучесть)

$$f = \max_i f_i \quad (11.19)$$

есть максимальное число дефектов, которое еще может выдержать система без потери работоспособности.

Среднее число НВ, приводящих к потере работоспособности

$$\bar{\omega} = \sum_{m=0}^{\infty} P(m) \quad (11.20)$$

есть математическое ожидание числа НВ, задаваемое распределением (11.16).

Средний запас живучести

$$\bar{\alpha} = \bar{\omega} - 1. \quad (11.21)$$

Пусть теперь система, имеющая базовую структуру  $S_o$ , выполняет некоторое задание в течение времени  $t$ . В результате в системе может возникнуть новая структура  $S_i$  из множества работоспособных структур

$$S^p = \{S_i, i = \overline{1, N_p}\},$$

или неработоспособных структур

$$S^{np} = \{S_i, i = \overline{N_p + 1, N}\}$$

После  $m$ -кратного НВ система с новой структурой должна приступить к выполнению установленного задания и выполнить его за время  $t$ . Оценка живучести по результатам выполнения задания при таком подходе проводится с помощью следующих показателей.

Условная функция живучести

$$G(t/S_i) = G_i(t) = P(t/S_i) / P(t/S_o) \quad (11.22)$$

есть отношение вероятностей выполнения задания системой, определенных для двух случаев: для базовой и новой структур. При этом не исключается, что для новой структуры  $S_i$  задание будет сформулировано иначе, чем при  $S_o$ . Однако при этом должно выполняться условие  $G_i(t) < 1$ . При наличии восстановления могут рассматриваться и неработоспособные структуры ( $i > N_p$ ), так как и для них может быть  $P(t/S_i) > 0$ . В отсутствие восстановления  $P(t/S_i) = 0$  при ( $i > N_p$ ).

Функция выживаемости системы при  $m$ -кратном воздействии (событие  $A_m$ )

$$G(t/A_m) = G(t, m) = \sum_{k=1}^N P_m(k) G_k(t) \quad (11.23)$$

есть усредненная по всем возможным структурам функция живучести;  $P_m(k)$  - вероятность возникновения структуры  $S_k$  после  $m$ -кратного НВ.

Безусловная функция живучести

$$G(t) = \sum_{m=1}^{\infty} P(A_m) G(t/A_m) = \sum_{k=1}^N P(S_k) G_k(t) \quad (11.24)$$

есть усредненная по всем возможным событиям  $A_m$  функция выживаемости системы; вероятность  $P(S_k)$  в формуле (11.24) определяется по формуле

$$P(S_k) = \sum_{m=1}^{\infty} P(A_m) P_m(k). \quad (11.25)$$

При отсутствии уверенной информации о вероятностях  $P_m(k)$  и  $P(S_k)$  они могут быть заменены весовыми коэффициентами  $\alpha_k$  и  $\beta_k$ , назначаемыми экспертными методами.

Последовательность  $G(t, m)$  является убывающей функцией  $m$  и изменяется от 1 при  $m = 0$  до 0 при  $m = \infty$ . Поэтому среднее число НВ, приводящее к невыполнению системой задания, определяется по формуле

$$\bar{\omega}(t) = \sum_{m=1}^{\infty} [G(t, m-1) - G(t, m)] = \sum_{m=0}^{\infty} G(t, m) \quad (11.26)$$

При  $t = 0$  или  $\lambda_i = 0$  (элементы идеально надежны) формулы (11.23) и (11.26) переходят соответственно в (11.17) и (11.18). Действительно, при  $t = 0$  функция  $G_k(0) = 1$  для  $k \leq N_p$  и  $G_k(0) = 0$  для  $k > N_p$ . Из (11.23) имеем

$$G(0/A_m) = \sum_{k=1}^{N_p} P_m(k) = P(m),$$

а из (11.24)

$$G(0) = P = \sum_{m=1}^{\infty} P(A_m)P(m).$$

### ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Дать определение понятию «живучесть».
2. Дать определение отказоустойчивости.
3. Что называется количественной характеристикой живучести электроэнергетической системы?
4. Понятие абсолютной и относительной живучести?
5. Как оценивается живучесть объекта?
6. Чем характеризуется полезная числовая характеристика живучести?
7. Показатели живучести.
8. Единица измерения живучести.

## **Практическое занятие № 12**

### **МОДЕЛИ ЖИВУЧЕСТИ**

#### **ЦЕЛЬ ЗАНЯТИЯ**

Изучить классификацию моделей живучести сельскохозяйственных электрифицированных процессов

#### **СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ**

1. Повторение лекционного материала
- 1.1 Модель неблагоприятного воздействия
- 1.2 Модель живучести системы
- 1.3 Логико-вероятностные модели живучести
- 1.4 Детерминированные модели живучести

#### **ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ**

Модель живучести сложной системы представляет собой на самом деле совокупность большого числа частных моделей различного назначения, использующих для описания процесса как детерминированные, так и вероятностные методы. К их числу относятся:

- модель неблагоприятного воздействия;
- модель системы;
- модель физических процессов;
- модель первичных воздействий;
- модель средств обеспечения живучести;
- модель развития первичных последствий;
- модель надежности;
- модель вторичных воздействий;
- модель восстановления;
- модель процессов выполнения задания;
- модель принятия решения о способах повышения живучести.

*Модель неблагоприятного воздействия.* По области действия различают точечные и пространственные модели. В точечных моделях предполагается, что НВ поражает точно один или несколько элементов системы. В последнем случае область действия НВ - группа точек, в которых расположены элементы системы. Число элементов в системе всегда больше, чем число точек в области НВ. Поэтому для каждого элемента или группы элементов задается вероятность попадания в область НВ. При одноточечной области задают распределение

$$\{\alpha_i, i = \overline{1, N}\},$$

где  $N$  - число элементов системы,  $\alpha_i$  - вероятность того, что  $i$ -й элемент попадет в область НВ. Одним из возможных распределений является равномерное распределение  $\alpha_i = 1/N$ . Для многоточечной области задается распределение

$$\{\beta_i = P(x=i), i = \overline{1, N}\}$$

где  $\beta_i$  - вероятность того, что в область действия попадет ровно  $i$  элементов. В этих моделях можно использовать усеченное биномиальное

$$\beta_i = C_N^i p^i \frac{(1-p)^{N-i}}{(1-p)^N}, i = \overline{1, N} \quad (12.1)$$

и усеченное пуассоновское распределение

$$\beta_i = \frac{a^i / i!}{\sum_{j=1}^N \frac{a^j}{j!}}, i = \overline{1, N}. \quad (12.2)$$

В пространственных моделях задается двумерное распределение декартовых координат эпицентра НВ  $p_i(x_o, y_o)$  и распределение радиуса круга  $p_o(r_o)$ , в котором действует НВ.

По закону распределения интенсивности НВ различают НВ с бесконечной интенсивностью  $I_\infty$ , с постоянной  $I = const$  по всей области действия и с убывающей от эпицентра по определенному закону  $I(r, \varphi)$  интенсивностью, в частности, по закону Рэлея

$$I(r, \varphi) = I_0 \exp\left[\frac{-r^2}{(ar_0^2)}\right], \quad (29)$$

где  $I_0$  - максимальная интенсивность в эпицентре;  $r_0$  - радиус круга или области действия НВ,  $a$  - постоянный параметр;  $r$  и  $\varphi$  - полярные координаты точки при расположении начала координат в эпицентре.

По продолжительности действия НВ делятся на импульсные (нулевая длительность), с постоянной  $\tau$  и случайной длительностью  $T$ , задаваемой распределением  $F_T = P(T < t)$ . При постоянной длительности амплитуда возмущений  $I_0$  может задаваться как функция времени, например, с помощью формул:

$$I_0(t) = I_0^0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right), \quad (12.3)$$

$$I_0(t) = I_0^0 \exp\left[\frac{-t^2}{(b\tau^2)}\right], \quad (12.4)$$

где параметр  $b = 0,3 \dots 0,5$ . Аналогичные зависимости используются и при случайной длительности НВ, только когда в (12.4)  $t$  заменяется случайной величиной  $T$ .

При многократном НВ наиболее простыми стратегиями выбора характеристик очередного НВ являются стратегия независимых НВ и стратегия с исключением пораженных элементов из области действия очередного НВ.

*Модель живучести системы* дает описание технической, функционально-алгоритмической структуры системы, в том числе моделей функционирования и характеристик элементов, топологии системы, маршрутов информационных, материальных и энергетических потоков, функциональной и структурной иерархии, дерева целей функционирования.

*Логико-вероятностные модели живучести* являются простейшим видом моделей живучести объектов. В них предполагается двузначная логика поведения элементов в системе, т.е. элементы и система имеют только два множества состояний: работоспособные и неработоспособные. Результат

действия возмущений также оценивается по двоичной схеме: либо сохраняется состояние из множества работоспособных либо работоспособность нарушается. Вторым существенным допущением модели является независимость событий в системе, происшедших в различные моменты времени. Это позволяет использовать описание системы с помощью статистической модели, не содержащей время в числе независимых переменных. Функциональные зависимости между переменными могут быть полностью отражены с помощью функций алгебры логики. Элементы системы являются точечными объектами, соединенными между собой неузвимыми линиями связи.

Последовательность НВ импульсного типа образует поток независимых событий. Вторичные последствия НВ отсутствуют, поэтому устойчивое состояние системы известно непосредственно после НВ. СОЖ контролируют необходимые отключения и переключения в технической и функционально-алгоритмической структуре с тем, чтобы обеспечить работоспособность системы с помощью оставшихся работоспособных элементов.

Пусть система состоит из  $N$  элементов и подвержена  $m$ -кратному независимому НВ. Обозначим  $Q_{N_k}(1)$  вероятность уязвимости элемента  $N_k$  при однократном воздействии, а функцию работоспособности системы (ФРС) запишем в виде некоторой функции алгебры логики (ФАЛ):

$$F_{JI}(N_1, N_2, \dots, N_n) = F_{JI}(\bar{N}), i = \bar{1}, \bar{N}. \quad (12.5)$$

Определим условный знак уязвимости системы при  $m$ -кратном поражающем воздействии  $Q_{F(\bar{N})}(m)$ . Для вычисления  $Q_{F(\bar{N})}(m)$  необходимо ФРС (12.5) преобразовать в дизъюнктивную нормальную форму (ДНФ) при помощи отрицания кратчайших путей успешного функционирования (КПУФ) системы

$$F_{JI}(\bar{N}) = \bigcap_{I=1}^v \bar{P}_I, \bar{P}_I = \bigcap_{k \in K_{P_I}} N_k, \quad (12.6)$$

где  $Kp_I$  - множество номеров элементов, соответствующих данному КПУФ.

Применяя теорему умножения вероятностей совместных событий и функции (12.6), вероятность уязвимости системы  $Q(\bar{N})$  при однократном поражающем воздействии можно вычислить по формуле

$$Q_{F_{\mathcal{L}}(\bar{N})}(1) = P\{F_{\mathcal{L}}(\bar{N}) = 1\} = P\left\{\bigcap_{I=1}^d \bar{P}_I\right\} = \sum_{\varphi} P\{\bar{P}_I\} - \sum_{\varphi} \sum_j P\{\bar{P}_{\varphi} \cap \bar{P}_j\} + \\ + \sum_{\varphi} \sum_j \sum_{\psi} P\{\bar{P}_{\varphi} \cap \bar{P}_j \cap \bar{P}_{\psi}\} - \dots + (-1)^{d-1} P\{\bar{P}_1 \cup \dots \cup \bar{P}_d\}, \quad (12.7)$$

где знаки суммы распространяются на различные значения индексов  $\varphi, j, \psi, \dots$

В соответствии с (12.7) необходимо составить специальную таблицу, в которой нужно разместить  $N$  столбцов (по числу элементов в системе) и  $C = 2^v - 1$  строк, причем

$$C = C_v^1 + C_v^2 + \dots + C_v^I + \dots + C_v^v, \quad (12.8)$$

где  $C_v^I$  - число сочетаний из  $v$  по  $I$ .

В названиях столбцов указываются вероятности уязвимости элементов при однократном НВ  $Q_{Hi}$  (11.1), а в названиях строк - все возможные сочетания дизъюнкции  $\bar{P}_I$ , взятые по одной, по две, по три и т.д. Кроме того, учитываются знаки вероятностей («+» или «-»), чередующиеся в соответствии с (12.7). Указанную таблицу следует заполнить крестиками и черточками, причем крестиками отмечаются вероятности тех событий, которые входят в данную дизъюнкцию, а черточками - вероятности событий, отсутствующих в ней.

*Детерминированные модели живучести* строятся на основе сопоставления конкретных видов НВ и стойкости к ним элементов системы и производства в целом. В этом направлении наметились два подхода - статический и динамический. Суть статического подхода можно представить в следующей последовательности:

- 1) определение области поражения и уровня НВ;
- 2) определение списка элементов, которые могут быть повреждены;



3) нахождение уровня качества функционирования системы с помощью логических ФРС.

Динамический подход основан на использовании имитационного моделирования, включающего в себя динамические модели:

- 1) возникновения и развития НВ;
- 2) развития поражающих факторов НВ, влияющих на состояние элементов и систем производства;
- 3) функционирования производства в условиях изменений структуры и значений параметров, вызванных поражающими факторами и средствами противодействия НВ.

Динамический подход имеет важные преимущества:

- 1) учет фактора времени в определении состояния работоспособности производства, подверженной НВ;
- 2) важность получения количественных показателей живучести от значения параметров производства.

Несмотря на то, что задача формирования показателей живучести в случае детерминированного динамического подхода еще далека от своего решения, отдельные результаты получены на основе исследования областей работоспособности оборудования атомных станций при заданных НВ. Существует два основных метода построения областей работоспособности: в пространстве параметров и в пространстве начальных условий развития НВ. В первом случае в качестве показателей живучести принимаются параметры системы, а их допустимые значения, соответствующие границе неработоспособности - количественные оценки живучести. Во втором случае показатели живучести - параметры НВ, количественные оценки живучести - начальные значения параметров НВ, при которых система переходит в область неработоспособности. Такая двойственность в выборе показателей живучести, во-первых, позволяет сформулировать требования к параметрам системы и ее структуре, включая топологическую структуру, и, во-вторых,

получать требования при проектировании средств противодействия НВ - систем безопасности.

### **ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ**

1. Привести классификацию моделей живучести
2. Что представляет модель неблагоприятного воздействия?
3. Описать модель живучести системы
4. Описать логико-вероятностную модель живучести
5. Суть статического подхода детерминированной модели живучести
6. Детерминированные модели живучести
7. Суть динамического подхода детерминированной модели живучести

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шишмаров В.Ю. Надежность технических систем.- М.: Издательство Академия, 2010. -240 с.
2. Калявин В.Ю. Основы теории надежности и диагностики. Учебник СПб.: Эльмор.2009.-142 с.
3. Липай, Б.П. Электромеханические системы [Текст] : учеб. пособие / Б.П. Липай, А.Н. Соломин, П.А. Тырчев. – М.: изд. Дом МЭИ, 2011. – 248 с.: ил. – 500 экз. – ISBN 978-5-383-00243.
4. Разгильдяев, Г.И. Надежность электромеханических систем [Текст] : учеб. пособие / Г.И. Разгильдяев. – Кемерово: Куз ГТУ, 2011. – 157с.: ил. – 150 экз. – ISBN 5-285-04387-8.
5. Кузнецов, Н.Л. Сборник задач по надежности электрических систем [Текст] :учеб. пособие / Н.Л. Кузнецов. – изд. Дом МЭИ, 2012. – 408с.: ил. – 500 экз. – ISBN 978-5-383-00261-2.
6. Рябинин, И. А. Надежность, живучесть и безопасность корабельных энергетических систем / И. А. Рябинин, Ю. М. Парфенов // Типография ВМА. – Санкт-Петербург. – 1997. – 430 с.
7. Острейковский, В. А. Эксплуатация атомных электростанций: Учебник для ВУЗов. – М.: Энергоатомиздат. – 1999. – 928 с. ISBN 5-283-03628-6.
8. Ростик, Г. В. Поддержание живучести турбогенераторов. – М.: НТФ «Энергопрогресс». – 2012. – 112 с.: [Библиотека электротехника, приложение к журналу «Энергетик». Вып. 7 (163)]. ISSN 0013-7278.
9. Система повышения надежности и живучести ЕЭС России / Под редакцией Е. Ф. Дьякова. – М.: Издательство МЭИ. – 1996. – 112 с. ISBN 5-7046-0170-7.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Приложение 1

В электрической системе по управлению технологической машиной входит устройство защиты электродвигателей, содержащий  $n$  элементов. Отказ одного из элементов приводит к отказу устройства и в целом к остановке технологической машины.

Требуется определить вероятность безотказной работы  $P(t)$  и среднее время безотказной работы  $T_{cp}$  устройства защиты без учета и с учётом условий эксплуатации. Во втором случае произвести расчет показателей надежности для трех значений температуры внутри устройства защиты:  $t_1=40^\circ\text{C}$ ;  $t_2=50^\circ\text{C}$ ;  $t_3=60^\circ\text{C}$ , считая, что все элементы его нагреты до указанных температур. Построить температурные зависимости вероятности безотказной работы  $P(t)=f(t)$  – интенсивности отказов в целом устройства защиты. Исходные данные приведены в таблице.

Таблица 1 - Элементы устройства защиты электродвигателя

Наименование элементов	Кол-во элементов в устройствах защиты								
	Варианты								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	БЗ-03	БЗ-031	БЗ-03М	БЗ-041	УЗ-15	УЗД	УЗД 3-8	УЗД	УЗ-20
Трансформатор	1	1	1	2	2	3	3	4	4
Штепсельный разъем	1	2	2	2	2	3	3	4	5
Контактор трехполюсный	1	1	2	2	2	3	3	4	4
Реле электромагнитное	1	1	1	2	2	2	3	3	4
Реле пневматическое	1	1	1	1	1	1	1	2	2
Конденсатор электролитический	2	1	1	1	1	1	2	3	3
Конденсатор слюдяной	2	3	3	4	5	5	6	7	9

Резистор металлоплёночный	8	12	16	20	28	35	40	43	52
Резистор проволочный	1	1	1	1	1	2	2	3	3
Транзистор германиевый	4	6	9	12	13	14	16	18	22
Транзистор кремневый	3	4	4	5	6	7	8	10	12
Диод кремневый	2	3	3	3	3	3	4	5	7
Интегральная микросхема	1	2	3	3	4	5	6	6	8
Дроссель	1	2	2	2	3	3	3	4	5
Число часов работы	3000	3500	4000	4500	5000	5500	6000	6500	7000
Коэффициент Кэ, учитывающий условия эксплуатации	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Приложение 2

Таблица 2 - Исходные данные для расчета п.2

$\Delta t_i$	n( $\Delta t$ )								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0-200	1	1	2	3	4	5	11	13	15
200-400	2	2	2	2	5	5	11	5	18
400-600	1	2	3	1	6	5	5	11	5
600-800	2	1	1	1	3	7	5	10	9
800-1000	1	1	1	2	3	8	5	8	7
1000-1500	1	1	1	3	2	9	7	8	9
1500-2000	1	2	2	3	3	8	8	7	9
2000-2500	1	2	2	2	4	8	7	7	8
2500-3000	1	1	3	1	7	8	8	5	7
3000-3500	-	1	2	1	5	7	9	5	7
3500-4000	-	-	1	2	4	5	9	6	7
4000-4500	-	-	-	3	2	4	9	7	5
4500-5000	-	-	-	-	1	10	11	3	5
5000-5500	-	-	-	-	-	10	11	3	5
5500-6000	-	-	-	-	-	-	15	2	8
6000-6500	-	-	-	-	-	-	-	2	7
6500-7000	-	-	-	-	-	-	-	-	6

Учебное издание

*Логачёва Оксана Владимировна*

*Бакиров Сергей Мударисович*

*Иванкина Юлия Викторовна*

УПРАВЛЕНИЕ ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ НАДЕЖНОСТЬЮ  
ЭЛЕКТРООБОРУДОВАНИЯ  
И ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

учебное пособие

*Технический редактор: к.т.н., доцент Каргин В.А.*